

# Revisão da Construção de Modelos Supersimétricos.

M. C. Rodriguez

*Instituto de Física Teórica*

*Universidade Estadual Paulista*

*Rua Pamplona, 145*

*01405-900– São Paulo, SP*

*Brazil*

(November 30, 2001)

Foi com base neste estudo que fizemos a construção da versão supersimétrica dos modelos de simetria  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  [1], apresentado no final da minha tese de doutorado [2]. Bem como dos estudos fenomenológicos subsequente [3].

PACS number(s): 12.60.-i 12.60.Jv

## I. INTRODUÇÃO

As simetrias conhecidas da matriz S em física de partículas são

- Invariância de Poincaré, com geradores  $P_m$ ,  $M_{mn}$ .
- Simetrias Globais “internas”, relacionadas à números quânticos conservados. Os geradores de tais simetrias são escalares de Lorentz e geram uma álgebra de Lie que é escrita como:

$$[B_\ell, B_k] = iC_{\ell k}^j B_j \quad ,$$

onde os  $C_{\ell k}^j$  são as constantes de estrutura.

- Simetrias Discretas: C, P e T.

Em 1967, Coleman e Mandula [4], mostraram que, sob certas suposições, as simetrias descritas acima são as únicas simetrias possíveis da matriz S.

Para demonstrar este teorema temos que supor que a álgebra de simetria envolva apenas comutadores. Se supusermos que anticomutadores também são geradores de simetria este teorema já não é mais válido. Na verdade em 1975 Haag, Lopuszański e Sohnius [5] comprovaram que supersimetria é a única simetria adicional permitida a matriz  $S$  sob estas suposições de introduzir anticomutadores.

Supersimetria foi descoberta independentemente por três grupos de autores à saber

Yu. Gol’fand & E. Lichtman (1971)

D. Volkov & V. Akulov (1972)

J. Wess & B. Zumino (1974)

A motivação de Gol’fand e Lichtman [6] era o de introduzir violação de paridade em teoria quântica de campos. O ponto de partida do paper de Volkov e Akulov [7,8] era a questão de se partículas de Goldstone de spin um meio poderiam existir. Wess e Zumino [9] fizeram a generalização do supergrupo que primeiro apareceu no modelo dual de Neveu–Schwarz–Ramond.

Podemos dizer que supersimetria é uma simetria entre bósons e férmions [10] ou mais precisamente é uma simetria entre estados de spin diferentes. Por exemplo uma partícula de spin 0 é transformada em uma partícula de spin 1/2 sobre uma transformação de supersimetria.

Devido ao exposto acima concluímos que o operador  $Q$  que gera tais transformações deve ser um espinor, assim  $\bar{Q}$  também é um gerador de supersimetria, e ele produz as seguintes transformações

$$Q|\text{bóson}\rangle = |\text{férmion}\rangle ,$$

$$Q|\text{férmion}\rangle = |\text{bóson}\rangle .$$

Assim uma unificação dos campos de matéria (férmions) com os campos de força (bósons) aparece naturalmente.

Nos últimos anos os estudos fenomenológicos envolvendo Supersimetria cresceu bastante e as razões para isto são muitas. Além do atrativo de unificar bósons e férmions, outro fato é que Supersimetria global fornece uma teoria da gravidade menos divergente do que a usual gravitação quântica. Outro fato que contribui para aumentar o interesse em Superimetria é que ela proporciona uma solução ao problema da hierarquia.

Devido a este enorme interesse aqui pretendo estudar como construir teorias Supersimétricas. A lagrangiana é construída passo a passo e com bastante detalhe tanto no formalismo de supercampos como em termos de componentes.

## II. NOTAÇÃO

Aqui neste estudo iremos utilizar a notação do Livro do Wess-Barger [11], um outro bom livro sobre o assunto é o Srivastava [12] que usam o seguinte tensor métrica

$$\eta_{mn} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Mas antes de entrarmos em supersimetria, vou rever rapidamente a álgebra espinorial, pois isto será muito útil nas próximas seções já que estaremos basicamente trabalhando com espinores de Weyl de duas componentes.

### A. Álgebra Espinorial.

Na álgebra espinorial levantamos e abaixamos os índices espinoriais com a seguinte métrica

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ,$$

$$\epsilon^{\alpha\beta} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = i\sigma^2 . \quad (1)$$

O levantamento de índice sem ponto e o abaixamento de índice ponto é feito da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \psi^\alpha &= \epsilon^{\alpha\beta} \psi_\beta ; \\ \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} &= \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\psi}^{\dot{\beta}} . \end{aligned}$$

Onde fazemos as seguintes identificações

$$\bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \equiv (\psi_\alpha)^\dagger; \quad \psi_\alpha \equiv (\bar{\psi}_{\dot{\alpha}})^\dagger . \quad (2)$$

O ponto sobre o índice espinorial representa conjugação complexa. O mesmo papel é exercido pela barra sobre o símbolo, embora aqui esta notação seja redundante.

Com isto podemos definir a nossa convenção de soma da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \psi\chi &\equiv \psi^\alpha \chi_\alpha = -\psi_\alpha \chi^\alpha , \\ \bar{\psi}\bar{\chi} &\equiv \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} = -\bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \bar{\chi}_{\dot{\alpha}} . \end{aligned}$$

O operador  $\epsilon$  ainda satisfaz

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha\beta} \epsilon^{\beta\gamma} &= \delta_\alpha^\gamma , \\ \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \epsilon^{\dot{\beta}\dot{\gamma}} &= \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\gamma}} . \end{aligned}$$

As matrizes de Pauli são

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Já a matriz de Dirac escritas em termos das matrizes de Pauli são dadas pela seguinte equação:

$$\gamma^m = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^m \\ \bar{\sigma}^m & 0 \end{pmatrix} , \quad (4)$$

já a  $\gamma_5$  é

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} , \quad (5)$$

em todo este estudo estaremos trabalhando nesta representação quirial.

As matrizes de Pauli  $\sigma^m$  e  $\bar{\sigma}^m$  são relacionadas pela seguinte equação

$$\bar{\sigma}^{m\dot{\alpha}\beta} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\gamma}}\epsilon^{\beta\delta}\sigma_{\delta\dot{\gamma}}^m , \quad (6)$$

de onde podemos mostrar que

$$\bar{\sigma}^m = (\sigma^0, -\vec{\sigma}) .$$

Com base na Eq.(6) podemos mostrar que estas matrizes satisfazem as seguintes relações de completiza

$$\begin{aligned} tr\sigma^m\bar{\sigma}^n &= -2\eta^{mn} , \\ \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m\bar{\sigma}_m^{\dot{\gamma}\delta} &= -2\delta_{\alpha}^{\delta}\delta_{\dot{\beta}}^{\dot{\gamma}} . \end{aligned} \quad (7)$$

Ainda podemos definir

$$\begin{aligned} (\sigma^m\bar{\sigma}^n + \sigma^n\bar{\sigma}^m)_{\alpha}^{\beta} &= -2\eta^{nm}\delta_{\alpha}^{\beta} , \\ (\bar{\sigma}^m\sigma^n + \bar{\sigma}^n\sigma^m)_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} &= -2\eta^{mn}\delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} , \\ \sigma_{\alpha}^{nm\beta} &= \frac{1}{4} \left[ \sigma_{\alpha\dot{\gamma}}^n\bar{\sigma}^{m\dot{\gamma}\beta} - \sigma_{\alpha\dot{\gamma}}^m\bar{\sigma}^{n\dot{\gamma}\beta} \right] , \\ \bar{\sigma}^{nm\dot{\alpha}}_{\dot{\beta}} &= \frac{1}{4} \left[ \bar{\sigma}^{n\dot{\alpha}\gamma}\sigma_{\gamma\dot{\beta}}^m - \bar{\sigma}^{m\dot{\alpha}\gamma}\sigma_{\gamma\dot{\beta}}^n \right] . \end{aligned} \quad (8)$$

Algumas identidades úteis são

$$\begin{aligned} \psi^{\alpha}\psi^{\beta} &= -\frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta}\psi\psi , \\ \psi_{\alpha}\psi_{\beta} &= \frac{1}{2}\epsilon_{\alpha\beta}\psi\psi , \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}}\bar{\psi}^{\dot{\beta}} &= \frac{1}{2}\epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{\psi}\bar{\psi} , \\ \bar{\psi}_{\dot{\alpha}}\bar{\psi}_{\dot{\beta}} &= -\frac{1}{2}\epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{\psi}\bar{\psi} , \end{aligned}$$

$$(\theta\phi)(\theta\psi) = -\frac{1}{2}(\theta\theta)(\phi\psi) \ ,$$

$$(\bar{\theta}\bar{\phi})(\bar{\theta}\bar{\psi}) = -\frac{1}{2}(\bar{\phi}\bar{\psi})(\bar{\theta}\bar{\theta}) \ ,$$

$$\phi\sigma^m\bar{\chi} = -\bar{\chi}\bar{\sigma}^m\phi \ ,$$

$$(\theta\sigma^m\bar{\theta})(\theta\sigma^n\bar{\theta}) = -\frac{1}{2}\eta^{mn}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta}) \ . \quad (9)$$

Até aqui só trabalhamos com espinores de duas componentes, mas as regras de Feynman são escritas em termos de espinores de quatro componentes. Vamos agora estudar como passar de espinores de duas para espinores de quatro componentes.

## B. Notação de Quatro Componentes

Para fazermos isto uma boa ferramenta são os operadores projeção.

### 1. Os Operadores de Projeção.

Começaremos definindo os operadores de projeção da seguinte maneira

$$L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \ , \quad (10)$$

$$R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \ . \quad (11)$$

Estes operadores satisfazem as seguintes propriedades

$$L + R = 1 \ ,$$

$$LL = L \ ,$$

$$RR = R \ ,$$

$$LR = RL = 0 \ ,$$

$$L\gamma^m = \gamma^m R \ . \quad (12)$$

Vamos ver como escrever espinores de quatro componentes em termos de espinores de duas componentes. Para isto vamos ver como definir espinores de quatro componentes, em termos de espinores de duas componentes.

## 2. Relações entre espinores de duas e de quatro componentes.

Começaremos por introduzir os seguintes espinores de Weyl de duas componentes  $\xi_\alpha$  e  $\bar{\eta}^{\dot{\alpha}}$

$$\xi_\alpha \in F \ ,$$

$$\bar{\eta}^{\dot{\alpha}} \in \dot{F}^* \ ,$$

onde  $F$  e  $\dot{F}^*$  são espaços vetoriais e correspondem à representações inequivalentes do grupo  $SL(2, \mathbb{C})$ . Vamos construir o espaço soma direta desses dois espaços da seguinte maneira

$$D = F \oplus \dot{F}^* \ .$$

O espaço  $D$  é uma representação de dimensão quatro de  $SL(2, \mathbb{C})$ . Os elementos de  $D$ , são exatamente os bem conhecidos espinores de Dirac de quatro componentes.

Desta maneira um espinor de Dirac que representaremos por  $\Psi$ , podem ser construídos apartir dos espinores de Weyl de duas componentes da seguinte maneira

$$\Psi = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \bar{\eta}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \ . \quad (13)$$

Este é um espinor de Dirac na representação quirial.

Um espinor de Majorana que representaremos por  $\lambda$ , também é um espinor de Dirac de quatro componentes mas possui a seguinte condição adicional

$$\lambda = \lambda^c = C \bar{\lambda}^T \ .$$

Onde  $C$  é a matriz usual conjugação de carga. Na representação quirial a matriz conjugação de carga é definida por

$$C = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

na segunda igualdade foi usada a Eq.(1).

Enquanto  $\bar{\lambda}$  significa para espinores de quatro componentes, o usual espinor adjunto  $\bar{\lambda} = \lambda^\dagger \gamma_0$ . Podemos mostrar usando Eq.(14) que o espinor de Majorana pode ser escrito da seguinte maneira

$$\Psi^c = C\bar{\Psi}^T = \begin{pmatrix} \eta_\alpha \\ \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

ou seja a conjugação de carga(na representação quiral) troca  $\xi$  por  $\eta$  e vice-versa. Portanto, podemos facilmente concluir que para um espinor de Majorana,  $\lambda$  pode ser escrito como

$$\lambda = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Usando as Eqs.(5), (10) e (11) obteremos as seguintes expressões para os operadores projeções

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

com isto as componentes quirais de um espinor  $\Psi$  são

$$\begin{aligned} \Psi_R = R\Psi &= \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \Psi_L = L\Psi &= \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\eta}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

O espinor adjunto de Dirac de  $\Psi$  usando a Eq.(4), é expresso em termos dos espinores de duas componentes da seguinte maneira

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma_0 = - \begin{pmatrix} \eta^\alpha & \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (19)$$



Vamos mostrar algumas relações úteis, que permitem fazer a passagem entre espinores de duas componentes para espinores de quatro componente, e vice-versa. Considere os espinores,  $\Psi_1(x)$  e  $\Psi_2(x)$ , definidos na Eq.(13). Usando as Eqs.(4), (5), (9), (17), (18) e (19), podemos facilmente mostrar as seguintes igualdades

$$\begin{aligned}
\bar{\Psi}_1 \Psi_2 &= -\eta_1 \xi_2 - \bar{\xi}_1 \bar{\eta}_2 \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma^m \Psi_2 &= -\bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^m \xi_2 + \bar{\eta}_2 \bar{\sigma}^m \eta_1 \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma_5 \Psi_2 &= -\eta_1 \xi_2 + \bar{\xi}_1 \bar{\eta}_2 \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma^m \gamma_5 \Psi_2 &= -\bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^m \xi_2 + \eta_1 \sigma^m \bar{\eta}_2 \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma^m \partial_m \Psi_2 &= -\eta_1 \sigma^m \partial_m \bar{\eta}_2 - \bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^m \partial_m \xi_2 \\
&= -\bar{\eta}_2 \bar{\sigma}^m \partial_m \eta_1 - \bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^m \partial_m \xi_2 + \partial_m (\bar{\eta}_2 \bar{\sigma}^m \eta_1) \ , \\
\bar{\Psi}_1 L \Psi_2 &= -\bar{\xi}_1 \bar{\eta}_2 \ , \\
\bar{\Psi}_1 R \Psi_2 &= -\eta_1 \xi_2 \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma^m L \Psi_2 &= -\eta_1 \sigma^m \bar{\eta}_2 \\
&= \bar{\eta}_2 \bar{\sigma}^m \eta_1 \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma^m R \Psi_2 &= -\bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^m \xi_2 \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma^m L \partial_m \Psi_2 &= -\eta_1 \sigma^m \partial_m \bar{\eta}_2 \\
&= -\bar{\eta}_2 \bar{\sigma}^m \partial_m \eta_1 + \partial_m (\bar{\eta}_2 \bar{\sigma}^m \eta_1) \ , \\
\bar{\Psi}_1 \gamma^m R \partial_m \Psi_2 &= -\bar{\xi}_1 \bar{\sigma}^m \partial_m \xi_2 \ .
\end{aligned} \tag{20}$$

Com estas igualdades podemos converter todas as lagrangianas escritas na forma de duas componentes na forma de quatro componentes satisfazendo as nossas convenções.

Com isto finalizamos nossa revisão da álgebra espinorial. Nosso próximo passo será definir e ver algumas consequências da álgebra supersimétrica.

### III. ÁLGEBRA SUPERSIMÉTRICA.

A álgebra de supersimetria, considerando apenas um gerador de supersimetria em quatro dimensões é <sup>1</sup>

$$\begin{aligned}
\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 2\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m P_m , \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 , \\
[Q_\alpha, P_m] &= [\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, P_m] = 0 , \\
[Q_\alpha, M^{mn}] &= \frac{1}{2}\sigma_\alpha^{mn\beta} Q_\beta , \\
[\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, M^{mn}] &= \frac{1}{2}\bar{\sigma}^{mn\dot{\alpha}}_{\dot{\beta}} \bar{Q}^{\dot{\beta}} , \\
[P_m, P_n] &= 0 , \\
[P_m, M^{nq}] &= \delta_m^n P^q - \delta_m^q P^n , \\
[M^{mn}, M^{pq}] &= \eta^{mp} M^{nq} - \eta^{mq} M^{np} .
\end{aligned} \tag{21}$$

#### 4. Consequências desta álgebra.

Algumas consequências desta álgebra são

- 1 Cada supermultiplete <sup>2</sup> contém o mesmo número de grau de férmions e bósons.
- 2 As massas de todos os estados em um supermultiplete são degenerados, e as massas dos bósons e férmions são iguais.
- 3 Em uma teoria supersimétrica qualquer estado tem energia positiva definida.

Para mostrarmos o primeiro ponto, considere o operador  $(-1)^{2s}$  onde  $s$  é o momento angular de spin. Pelo teorema de spin-estatística, este operador tem auto-valor  $+1$  atuando

---

<sup>1</sup>Para o caso mais geral veja o livro do Wess-Barger ou Srivastava.

<sup>2</sup>supermultiplete contém estados bosônicos e fermiônicos, conforme definiremos mais adiante.

em um estado bosônico e auto-valor  $-1$  atuando em um estado fermiônico. Portanto este operador é exatamente proporcional ao número de bósons  $n_B$  menos o número de férmions  $n_F$ , ou seja

$$Tr[(-1)^{2s} P_m \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m] \propto n_B - n_F . \quad (22)$$

Por outro lado o operador  $(-1)^{2s}$  deve anticomutar com qualquer operador fermiônico, e em particular com  $Q$  e  $\bar{Q}$ . Podemos tomar o traço deste operador e o resultado é o seguinte

$$\begin{aligned} Tr[(-1)^{2s} P_m \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m] &\propto Tr[(-1)^{2s} (Q_\alpha \bar{Q}_{\dot{\beta}} + \bar{Q}_{\dot{\beta}} Q_\alpha)] \\ &= Tr[(-1)^{2s} Q_\alpha \bar{Q}_{\dot{\beta}} - \bar{Q}_{\dot{\beta}} (-1)^{2s} Q_\alpha] \\ &= Tr[(-1)^{2s} Q_\alpha \bar{Q}_{\dot{\beta}}] - Tr[\bar{Q}_{\dot{\beta}} (-1)^{2s} Q_\alpha] \\ &= Tr[(-1)^{2s} Q_\alpha \bar{Q}_{\dot{\beta}}] - Tr[(-1)^{2s} Q_\alpha \bar{Q}_{\dot{\beta}}] \\ &= 0 . \end{aligned} \quad (23)$$

Comparando Eq.(22) com Eq.(23) concluimos facilmente que

$$n_B = n_F . \quad (24)$$

O segundo ponto resulta do fato de  $P^2$  ser um operador de Casimir da teoria, pois  $[P, Q] = 0$ .

Já o terceiro ponto vem da seguinte relação de anti-comutação  $\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} = 2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m P_m$  da álgebra supersimétrica. Usando a primeira equação da Eq.(7) resulta que

$$\bar{\sigma}^{n\alpha\dot{\alpha}} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} = -4P^n . \quad (25)$$

Assim a Hamiltoniana de uma teoria supersimétrica é escrita da seguinte maneira ( $\bar{\sigma}^0 = \sigma^0 = -I$ )

$$H = P_0 = \frac{1}{4} (Q_1 \bar{Q}_1 + \bar{Q}_1 Q_1 + Q_2 \bar{Q}_2 + \bar{Q}_2 Q_2) . \quad (26)$$

Isto implica que  $H$  é um operador positivo e definido no espaço de Hilbert

$$\langle \psi | H | \psi \rangle \geq 0 \quad \forall \psi .$$

Se o vácuo  $|0\rangle$  é supersimétrico, então  $Q_\alpha|0\rangle = \bar{Q}_{\dot{\alpha}}|0\rangle = 0$  e Eq.(26) implica que  $E_{vac} \equiv \langle 0|H|0\rangle = 0$ . Por outro lado se o vácuo não é supersimétrico, ou seja existe no mínimo um dos geradores de supersimetria que não aniquila o vácuo, então Eq.(26) implica  $E_{vac} > 0$ .

Os geradores de supersimetria  $Q$  e  $\bar{Q}$  também comutam com todos os outros geradores de transformação de gauge. Portanto partículas no mesmo supermultiplete devem estar também na mesma representação do grupo de gauge, e assim devem ter a mesma carga elétrica e todos os outros números quânticos também serão iguais. Antes de vermos uma representação destes operadores  $Q$  e  $\bar{Q}$ , vamos introduzir o super-espaço onde todo o formalismo de supersimetria pode ser expresso de uma maneira econômica, compacta e extremamente elegante.

#### IV. SUPER-ESPAÇO

Uma formulação mais elegante das transformações supersimétricas é encontrada no Super-espaço. Super-espaço é o espaço Euclideano(Minkowski) normal completado pela adição de duas novas coordenadas, que são grassmanianas, isto é anti-comutante, ou seja

$$\{\theta^\alpha, \theta^\beta\} = \{\theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\beta}}\} = \{\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}, \bar{\theta}^{\dot{\beta}}\} = 0 . \quad (27)$$

As variáveis  $\theta$  e  $\bar{\theta}$  têm dimensões de  $E^{-1/2}$ , isto ficará claro quando estivermos construindo o supercampo quiral. Com a introdução destas novas variáveis espinoriais, nós necessitamos aumentar a dimensão do espaço-tempo: temos que passar de 4 para 8. Um ponto no Super-Espaço se denota por  $z^a = (x^a, \theta^\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$ .

Neste Super-espaço podemos representar uma transformação supersimétrica como uma transformação sobre pontos, de maneira análoga ao que acontece com os operadores  $P_m$  e  $M_{mn}$  que geram translações e rotações no espaço Euclideano(Minkowski).

Para acharmos uma representação dos geradores de supersimetria e construir lagrangianas, nós temos que saber como calcular derivadas e integrais neste Super-espaço, e é isto o que faremos a seguir.

## A. Derivadas no Super-Espaço

Devido as suas propriedades de anticomutação,  $\theta$  e  $\bar{\theta}$  não podem variar continuamente, logo elas têm de ser objetos discretos.

Devido a isto definir a diferenciação com relação as variáveis de Grassman da maneira usual, como a taxa de duas variações infinitesimais, não faz o menor sentido.

Porém, podemos, formalmente definir diferenciação como:

$$\partial_\alpha \theta^\beta = \delta_\beta^\alpha ,$$

$$\bar{\partial}^{\dot{\alpha}} \bar{\theta}_{\dot{\beta}} = \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} ,$$

onde

$$\partial_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} ,$$

$$\bar{\partial}^{\dot{\alpha}} \equiv \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} .$$

Algumas propriedades destas derivadas são

$$\partial^\alpha \theta^\beta = -\epsilon^{\alpha\beta} ,$$

$$\bar{\partial}^{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} = -\epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} ,$$

$$\partial_\alpha (\theta\theta) = 2\theta_\alpha ,$$

$$\bar{\partial}^{\dot{\alpha}} (\bar{\theta}\bar{\theta}) = -2\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} ,$$

$$\partial^2 (\theta\theta) = 4 ,$$

$$\bar{\partial}^2 (\bar{\theta}\bar{\theta}) = 4 ,$$

com  $\partial^2 = \partial^\alpha \partial_\alpha$  e  $\bar{\partial}^2 = \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \bar{\partial}^{\dot{\alpha}}$ .

## B. Integral do Super-Espaço.

A integral de Berezin [13] para um único parâmetro de Grassman  $\theta$  é definida como

$$\begin{aligned}\int d\theta\theta &= 1 \ , \\ \int d\theta c &= 0 \ .\end{aligned}\tag{28}$$

Com  $c$  sendo uma constante em relação a variável  $\theta$ .

Já para uma função arbitrária de um único parâmetro  $\theta$ , tem a seguinte expansão, exata, de Taylor

$$f(\theta) = a + b\theta \ ,\tag{29}$$

então das Eqs.(28) e (29) podemos escrever

$$\int d\theta f(\theta) = b \ ,\tag{30}$$

ou seja **a integração de Berezin é equivalente a derivação**

$$\frac{df(\theta)}{d\theta} = b = \int d\theta f(\theta) \ .\tag{31}$$

No caso do Super-espço com apenas um gerador de supersimetria, de coordenadas  $\theta, \bar{\theta}$ , usaremos as seguintes convenções

$$\begin{aligned}d^2\theta &= -\frac{1}{4}d\theta^\alpha \ d\theta^\beta \ \epsilon_{\alpha\beta} \ , \\ d^2\bar{\theta} &= -\frac{1}{4}d\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \ d\bar{\theta}_{\dot{\beta}} \ \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \ , \\ d^4\theta &= d^2\theta \ d^2\bar{\theta} \ .\end{aligned}\tag{32}$$

Usando esta notação, temos as seguintes identidades

$$\begin{aligned}\int d^2\theta \ \theta \ \theta &= 1 \ , \\ \int d^2\bar{\theta} \ \bar{\theta} \ \bar{\theta} &= 1 \ , \\ \int d^4\theta \ \theta \ \theta \bar{\theta} \ \bar{\theta} &= 1 \ , \\ \int d^2\theta \ \theta^\alpha &= 0 \ , \\ \int d^2\bar{\theta} \ \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} &= 0 \ , \\ \int d^2\theta c &= \int d^2\bar{\theta} c = 0 \ .\end{aligned}\tag{33}$$

## V. SUPERCAMPOS

Supercamos proporcionam uma descrição elegante e compacta das representações de supersimetria no Super-espço. Definiremos uma transformação em um supercampo da seguinte maneira

$$\delta_\xi \Phi = (\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) \Phi , \quad (34)$$

onde  $Q$  e  $\bar{Q}$  são os geradores de supersimetria. Que podem ser escritos no Super-espço da seguinte maneira

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \partial_\alpha - i\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_m , \\ \bar{Q}_{\dot{\alpha}} &= \partial_{\dot{\alpha}} - i\theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\alpha}}^m \partial_m . \end{aligned}$$

Para ações mais geral, temos que introduzir derivadas covariante do Super-espço que chamaremos de  $D_\alpha$  e  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$  e que satisfazem a seguinte álgebra

$$\{D_\alpha, Q_\beta\} = \{D_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = \{\bar{D}_{\dot{\alpha}}, Q_\beta\} = \{\bar{D}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 . \quad (35)$$

Fazendo estes cálculo podemos mostrar

$$\begin{aligned} D_\alpha &= \partial_\alpha + i\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_m , \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}} &= -\partial_{\dot{\alpha}} - i\theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\alpha}}^m \partial_m . \end{aligned} \quad (36)$$

Agora nos resta apenas definir o supercampo: Um supercampo é simplesmente uma função de  $z^a \equiv (x^a, \theta^\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$ , que pode ser escrita da seguinte maneira geral:

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= f_{00}(x) + \theta^\alpha f_{10\alpha}(x) + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} f_{01}^{\dot{\alpha}}(x) + \theta\theta f_{20}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta} f_{02}(x) + \theta^\alpha f_{11\alpha\dot{\alpha}}(x) \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \\ &+ \theta\theta \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} f_{21}^{\dot{\alpha}}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta} \theta^\alpha f_{12\alpha}(x) + \theta\theta \bar{\theta}\bar{\theta} f_{22}(x), \end{aligned} \quad (37)$$

onde

$$\theta\theta = \theta^\alpha \theta_\alpha = \epsilon^{\alpha\beta} \theta_\beta \theta_\alpha = \epsilon^{12} \theta_2 \theta_1 + \epsilon^{21} \theta_1 \theta_2 = -2\theta_1 \theta_2, \quad (38)$$

devido ao fato de que  $\theta_\alpha(\bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$  são variáveis anticomutantes, os termos do tipo  $\theta\theta\theta^\alpha$  e  $\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$  são nulos. Além disto os  $f_{00}, f_{20}, f_{02}$  e  $f_{22}$  são campos escalares, enquanto que  $f_{01}, f_{10}, f_{12}$  e  $f_{21}$  são campos espinoriais;  $f_{11}$  é um campo vetorial.

Tendo definido este supercampo geral, iremos agora discutir os dois Supercampos de interesse.

### A. Supercampo Quiral

Um supercampo quiral é definido por

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0 \quad . \quad (39)$$

Acharemos a solução mais geral para a Eq.(39). Para isto definiremos uma nova coordenada bosônica  $y^m$  definida no Super-espaco por

$$y^m = x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta} \quad . \quad (40)$$

Usando a Eq.(36) podemos mostrar que

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{\alpha}} y^m &= 0 \quad , \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}} \theta^\alpha &= 0 \quad , \end{aligned} \quad (41)$$

logo qualquer função  $\Phi(y, \theta)$  de  $y^m$  e  $\theta$  (mas não de  $\bar{\theta}$ ) satisfaz

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi(y, \theta) = 0 \quad . \quad (42)$$

Com isto se pode mostrar que sua expansão nesta nova coordenada é a seguinte <sup>3</sup>

$$\Phi(y, \theta) = A(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \quad , \quad (43)$$

onde  $A(y)$ ,  $F(y)$  são campos escalares complexos de spin 0, enquanto  $\psi_\alpha(y)$  é um espinor de Weyl complexo de spin 1/2. Os três termos do supercampo  $\Phi$  têm dimensão de  $E$ .

---

<sup>3</sup>Esta expansão é exata, pois na Eq. (27) termos com mais que três  $\theta$  desaparecem.



Lembremos que a dimensão de um campo escalar é de  $E$ , enquanto a de um espinor é de  $E^{3/2}$ , e o campo  $F$ , ver sua equação de movimento, tem dimensão de  $E^2$ , as derivadas possuem dimensão de  $E$ .

Também podemos escrever este supercampo em termos das coordenadas do Super-espço e neste caso sua expansão de Taylor é dada por

$$\begin{aligned}\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) &= A(x) + \sqrt{2}\theta\psi(x) + \theta\theta F(x) \\ &\quad + i\theta\sigma^m\bar{\theta}\partial_m A(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\theta)\partial_m\psi(x)\sigma^m\bar{\theta} \\ &\quad + \frac{1}{4}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\square A(x) \quad .\end{aligned}\tag{44}$$

Uma transformação de supersimetria, dada pela Eq.(34), produz neste supercampo as seguintes variações

$$\begin{aligned}\delta_\xi A &= \sqrt{2}\xi\psi \quad (\text{bóson} \rightarrow \text{férmion}) \quad , \\ \delta_\xi \psi &= \sqrt{2}\xi F + i\sqrt{2}\sigma^m\bar{\xi}\partial_m A \quad (\text{férmion} \rightarrow \text{bóson}) \quad , \\ \delta_\xi F &= i\sqrt{2}\bar{\xi}\sigma^m\partial_m\psi \quad (F \rightarrow \text{derivada total}) \quad .\end{aligned}\tag{45}$$

De maneira análoga podemos definir um supercampo antiquiral por

$$\begin{aligned}D_\alpha\bar{\Phi} &= 0 \quad , \\ \bar{\Phi} &= \bar{\Phi}(\bar{y}, \bar{\theta}) \quad ; \quad \bar{y} = x^m - i\theta\sigma^m\bar{\theta} \quad .\end{aligned}\tag{46}$$

De maneira análoga ao que fizemos no caso do supercampo quiral, podemos escrever

$$\bar{\Phi}(\bar{y}, \bar{\theta}) = \bar{A}(\bar{y}) + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi}(\bar{y}) + \bar{\theta}\bar{\theta}\bar{F}(\bar{y}) \quad ,\tag{47}$$

e

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \bar{A}(x) + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\bar{F}(x) \\ &\quad - i\theta\sigma^m\bar{\theta}\partial_m\bar{A}(x) + \frac{i}{\sqrt{2}}(\bar{\theta}\bar{\theta})\theta\sigma^m\partial_m\bar{\psi}(x) \\ &\quad + \frac{1}{4}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\square\bar{A}(x) \quad .\end{aligned}\tag{48}$$

Produtos de supercampos quirais  $\Phi_1, \Phi_2 \dots \Phi_n$  são novamente supercampos quirais, e igualmente para o seu conjugado. Então no caso de dois supercampos quirais podemos escrever

$$\begin{aligned}\Phi_i(y, \theta)\Phi_j(y, \theta) &= A_i(y)A_j(y) + \sqrt{2}\theta [\psi_i(y)A_j(y) + A_i(y)\psi_j(y)] \\ &\quad + \theta\theta [A_i(y)F_j(y) + F_i(y)A_j(y) - \psi_i(y)\psi_j(y)] \quad .\end{aligned}\tag{49}$$

O último termo em  $\theta\theta$  na expansão acima se parece com um termo de massa dos férmions! Já no caso de três supercampos quirais teremos

$$\begin{aligned}\Phi_i(y, \theta)\Phi_j(y, \theta)\Phi_k(y, \theta) &= A_i(y)A_j(y)A_k(y) \\ &\quad + \sqrt{2}\theta [\psi_i(y)A_j(y)A_k(y) + A_i(y)\psi_j(y)A_k(y) + A_i(y)A_j(y)\psi_k(y)] \\ &\quad + \theta\theta [F_i(y)A_j(y)A_k(y) + A_i(y)F_j(y)A_k(y) + A_i(y)A_j(y)F_k(y) \\ &\quad - \psi_i(y)\psi_j(y)A_k(y) - A_i(y)\psi_j(y)\psi_k(y) - \psi_i(y)A_j(y)\psi_k(y)] \quad .\end{aligned}\tag{50}$$

Repare que os três últimos termos na equação acima descreve interações de Yukawa entre um escalar e dois férmions, no modelo padrão tais interações geram as massas dos quarks e dos léptons. As componentes  $\theta\theta$  das Eqs.(49) e (50) são independentes da base em que são calculadas [11].

Mas o produto de  $\bar{\Phi}\Phi$ , porém, não é um supercampo quiral

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}_i(x, \theta, \bar{\theta})\Phi_j(x, \theta, \bar{\theta}) &= \bar{A}_i(x)A_j(x) + \sqrt{2}\theta\psi_j(x)\bar{A}_i(x) + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi}_i(x)A_j(x) \\ &\quad + \theta\theta\bar{A}_i(x)F_j(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\bar{F}_i(x)A_j(x) \\ &\quad + \theta^\alpha\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \left[ i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \left( \bar{A}_i(x)\partial_m A_j(x) - \partial_m \bar{A}_i(x)A_j(x) \right) - 2\bar{\psi}_{i\dot{\alpha}}(x)\psi_{j\alpha}(x) \right] \\ &\quad + \theta\theta\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \left[ \frac{i}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \left( \bar{A}_i(x)\partial_m \psi_j^\alpha(x) - \partial_m \bar{A}_i(x)\psi_j^\alpha(x) \right) - \sqrt{2}F_j(x)\bar{\psi}_{i\dot{\alpha}}(x) \right] \\ &\quad + \bar{\theta}\bar{\theta}\theta^\alpha \left[ \frac{-i}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \left( \bar{\psi}_i^{\dot{\alpha}}(x)\partial_m A_j(x) - \partial_m \bar{\psi}_i^{\dot{\alpha}}(x)A_j(x) \right) + \sqrt{2}\bar{F}_i(x)\psi_{j\alpha}(x) \right] \\ &\quad + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta} \left[ \bar{F}_i(x)F_j(x) + \frac{1}{4}\bar{A}_i(x)\square A_j(x) + \frac{1}{4}\square\bar{A}_i(x)A_j(x) \right. \\ &\quad \left. + \frac{i}{2}\partial_m \bar{\psi}_i(x)\bar{\sigma}^m \psi_j(x) - \frac{i}{2}\bar{\psi}_i(x)\bar{\sigma}^m \partial_m \psi_j(x) - \frac{1}{2}\partial_m \bar{A}_i(x)\partial^m A_j(x) \right] \quad .\end{aligned}$$

O termo proporcional a  $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$  contém termos de energia cinética para  $A$  bem como para  $\Psi$ ! Repare que os campos  $F$  não se propagam. O campo  $F$  é introduzido para restabelecer a regra da igualdade dos graus de liberdade fermiônico e bosônico em uma teoria Supersimétrica. Lembremos que  $\Psi$  é um campo fermiônico que tem 4 graus de liberdade, já o campo escalar  $A$  tem apenas 2 graus de liberdade, daí a necessidade de introduzir o campo  $F$ , para que tenhamos 4 graus de liberdades bosônicos. O campo  $F$  é chamado na literatura de campo auxiliar.

Este supercampo quiral descreve partículas de spin 0 e de spin 1/2, tais como o Higgs, os léptons e quarks do modelo padrão. Porém, ainda necessitamos descrever partículas de spin 1, que são os bósons de gauge do modelo padrão. Para isto precisamos introduzir o supercampo vetorial, e é isto que faremos a seguir.

### B. Supercampo Real.

Estes supercampos são definidos por

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \quad , \quad (52)$$

e tem a seguinte expansão de Taylor em potência de  $\theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$ :

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) = & C(x) + i\theta\chi(x) - i\bar{\theta}\bar{\chi}(x) \\ & + \frac{i}{2}\theta\theta[M(x) + iN(x)] - \frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}[M(x) - iN(x)] - \theta\sigma^m\bar{\theta}A_m(x) \\ & + i\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left[\bar{\lambda}(x) + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^m\partial_m\chi(x)\right] - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\left[\lambda(x) + \frac{i}{2}\sigma^m\partial_m\bar{\chi}(x)\right] \\ & + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left[D(x) + \frac{1}{2}\square C(x)\right] \quad . \end{aligned} \quad (53)$$

As componentes  $C, D, M, N, A_m$  devem ser reais para que Eq.(53) satisfaça Eq.(52).

Na literatura existe um gauge especial, chamado gauge de Wess-Zumino, onde esse supercampo é escrito da seguinte maneira

$$V_{WZ}(x, \theta, \bar{\theta}) = -\theta\sigma^m\bar{\theta}A_m(x) + i(\theta\theta)\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) - i(\bar{\theta}\bar{\theta})\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})D(x) , \quad (54)$$

onde  $A_m$  é um bóson de gauge de spin um,  $\lambda$  é um férmion de Weyl de spin meio enquanto  $D$  é um campo escalar real de spin zero. Neste gauge podemos escrever ainda

$$\begin{aligned} V_{WZ}^2 &= -\frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}A_mA^m , \\ V_{WZ}^n &= 0 , \end{aligned} \quad (55)$$

para  $n \geq 3$ . Uma transformação infinitesimal, dada pela Eq.(34), neste supercampo produz as seguintes transformações

$$\begin{aligned} \delta_\xi A_m &= i\xi\sigma^m\bar{\lambda} + i\bar{\xi}\sigma^m\lambda \quad (\text{bóson} \rightarrow \text{férmion}) , \\ \delta_\xi \lambda &= F_{mn}(\sigma^{mn}\xi) + i\xi D \quad (\text{férmion} \rightarrow \text{bóson}) , \\ \delta_\xi \bar{\lambda} &= F_{mn}(\sigma^{\bar{m}\bar{n}}\bar{\xi}) - i\bar{\xi} D \quad (\text{férmion} \rightarrow \text{bóson}) , \\ \delta_\xi D &= \bar{\xi}\bar{\sigma}^m\partial_m\lambda - \xi\sigma^m\partial_m\bar{\lambda} \quad (D \rightarrow \text{derivada total}) , \end{aligned} \quad (56)$$

onde  $F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m$ .

Agora vamos construir o campo de força supersimétrico, no caso abeliano, ele é definido da seguinte maneira

$$\begin{aligned} W_\alpha &= -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha V(x, \theta, \bar{\theta}) , \\ \bar{W}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{1}{4}(DD)\bar{D}_{\dot{\alpha}} V(x, \theta, \bar{\theta}) . \end{aligned} \quad (57)$$

Uma definição equivalente é dada para o caso não abeliano, que é a seguinte

$$\begin{aligned} W_\alpha &= -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})e^{-V}D_\alpha e^V , \\ \bar{W}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{1}{4}(DD)e^{-V}\bar{D}_{\dot{\alpha}} e^V . \end{aligned} \quad (58)$$

Se abrirmos em componentes a Eqs.(57) e (58) o resultado será

$$\begin{aligned} W_\alpha &= -i\lambda_\alpha + \theta_\alpha D - \frac{i}{2}(\sigma^m\bar{\sigma}^n\theta)_\alpha F_{mn} \\ &\quad + (\theta\theta)\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m\partial_m\bar{\lambda}^{\dot{\beta}} , \\ \bar{W}_{\dot{\alpha}} &= i\bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} D + \frac{i}{2}(\bar{\sigma}^m\sigma^n\bar{\theta})_{\dot{\alpha}} F_{mn} \\ &\quad - (\bar{\theta}\bar{\theta})\bar{\sigma}_{\dot{\alpha}}^{m\beta}\partial_m\lambda_\beta . \end{aligned} \quad (59)$$

No caso abeliano  $F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m$  e no caso não abeliano é

$F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m - gt^{abc} A_m^b A_n^c$ . Este campo de força é um supercampo quirral, pois pode-se mostrar que

$$\begin{aligned}\bar{D}_{\dot{\beta}} W_{\alpha} &= 0 \ , \\ D_{\alpha} \bar{W}_{\dot{\beta}} &= 0 \ ,\end{aligned}\tag{60}$$

e esta é a definição de supercampo quirral, conforme já discutimos anteriormente.

## VI. AÇÕES SUPERSIMÉTRICAS

Uma vez tendo introduzidos os supercampos e analisados algumas de suas expansões em componentes, iremos agora ver como construir ações supersimétricas usando os supercampos definidos na última seção.

### A. Ação com o Supercampo Quirral

A ação mais simples que podemos construir é

$$\int d^4x \int d^4\theta \bar{\Phi} \Phi + \int d^4x \left[ d^2\theta \left( \frac{1}{2} m \Phi^2 + \frac{1}{3} g \Phi^3 \right) + \text{h.c.} \right] \ ,\tag{61}$$

onde  $\Phi$  é um supercampo quirral. Mudança de base de  $y$  para  $x$  não muda a ação. O segundo termo é o superpotencial <sup>4</sup> da teoria. Nesta ação paramos em  $\Phi^3$  porque, só podemos ter termos escalares proporcionais a  $A^2$  e  $A^3$ , pois termos com potências maiores que 3 geram divergências quadráticas à nível de dois loops.

Mas da Eq.(51) sabemos que

---

<sup>4</sup>Na realidade a forma mais geral para o superpotencial é  $W = \lambda \Phi + 1/2 m \Phi^2 + 1/3 g \Phi^3$ , como o primeiro termo não é importante para o que faremos a seguir nós não iremos analisar ele.

$$\int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi = \frac{1}{4}\square\bar{A}A + \frac{1}{4}\bar{A}\square A + \bar{F}F - \frac{1}{2}\partial^m\bar{A}\partial_m A + \frac{i}{2}\partial_m\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^m\psi_j - \frac{i}{2}\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^m\partial_m\psi_j , \quad (62)$$

mas podemos escrever este termo da seguinte forma

$$\int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi = \bar{A}\square A + \bar{F}F + i\partial_m\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^m\psi_j . \quad (63)$$

Já da Eq.(49) e Eq.(50) vem que

$$\int d^2\theta \Phi_i\Phi_j = A_iF_j + A_jF_i - \psi_i\psi_j , \quad (64)$$

$$\int d^2\theta \Phi_i\Phi_j\Phi_k = F_iA_jA_k + A_iF_jA_k + A_iA_jF_k - \psi_i\psi_jA_k - A_i\psi_j\psi_k - \psi_iA_j\psi_k , \quad (65)$$

com isto podemos reescrever o superpotencial da seguinte maneira

$$\int d^2\theta \left[ \frac{m}{2}\Phi^2 + \frac{g}{3}\Phi^3 \right] = m \left( AF - \frac{1}{2}\psi\psi \right) + g(A^2F - \psi\psi A) , \quad (66)$$

assim a nossa ação da Eq.(61) em termos de componentes torna-se

$$\int d^4x \left\{ \bar{F}F + \bar{A}\square A + i\partial_m\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^m\psi_j + \left[ m \left( AF - \frac{1}{2}\psi\psi \right) + g(A^2F - \psi\psi A) + \text{h.c} \right] \right\} . \quad (67)$$

Notamos que nesta ação não contém derivadas atuando em  $F(x)$ , isto significa que  $F(x)$  é um **campo auxiliar** que pode ser eliminado resolvendo suas equações de movimento que são dadas pelas equações de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} - \partial_m\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_m\phi)} = 0 ,$$

onde  $\phi$  é *qualquer* (inclusive os hermitianos conjugados) campo de Minkowski. Formalmente campos auxiliares são definidos como campos que não possuem termos cinéticos. Assim, esta definição nos diz que as equações Euler-Lagrange para os campos auxiliares é simplesmente  $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = 0$ . Usando esta equação simplificada obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta F} &= \bar{F} + mA + gA^2 = 0 , \\ \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\bar{F}} &= F + m\bar{A} + g(\bar{A})^2 = 0 . \end{aligned} \quad (68)$$

Usando Eq.(67) e Eq.(68) podemos escrever a nossa ação original da seguinte maneira

$$\int d^4x \left[ \bar{A} \square A + i \partial_m \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^m \psi_j - \left( \frac{1}{2} m \psi \psi + g \psi \psi A + h.c \right) - V_F(A, \bar{A}) \right] , \quad (69)$$

onde o potencial escalar  $V_F(A, \bar{A})$  é dado por

$$V_F(A, \bar{A}) = |F|^2 = \bar{F} F = [m \bar{A} + g(\bar{A})^2][mA + gA^2] , \quad (70)$$

e descreve o termo de massa dos escalares e as interações dos escalares. Repare que o campo escalar  $A$  e o férmion  $\psi$  tem a mesma massa  $m$ . O acoplamento entre dois férmions e um escalar é o mesmo que entre quatro escalares, e é dado por  $g$ .

A introdução do superpotencial  $W$  facilita bastante escrever a ação precedente e ela é escrita da seguinte maneira

$$\int d^4x \left[ \bar{A} \square A + i \partial_m \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^m \psi_j - \frac{1}{2} \sum_{ij} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial A_i \partial A_j} + hc \right) - \left| \frac{\partial W}{\partial A_j} \right|^2 \right] , \quad (71)$$

onde agora

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial A_i} &= m_{ij} A_j + g_{ijk} A_j A_k \equiv V_F(A, \bar{A}) \\ \frac{\partial^2 W}{\partial A_i \partial A_j} &= m_{ij} + 2g_{ijk} A_k, \end{aligned} \quad (72)$$

onde  $A_i$  é um campo escalar. Devemos ressaltar que após substituir as Eqs.(68) o superpotencial  $W$  será função apenas dos campos escalares  $A_i$ .

## B. Interações Invariante de Gauge.

A ação que vamos estudar agora é

$$\int d^4x \int d^4\theta \bar{\Phi} e^{gV} \Phi , \quad (73)$$

onde  $g$  é a constante de acoplamento, real, de algum grupo. Podemos escrever no gauge de Wess-Zumino o seguinte

$$\bar{\Phi} e^{gV_{WZ}} \Phi = \bar{\Phi} \Phi + g \bar{\Phi} V_{WZ} \Phi + \frac{g^2}{2} \bar{\Phi} V_{WZ}^2 \Phi , \quad (74)$$

esta expansão é exata neste gauge, ver Eq.(55).

O primeiro termo já conhecemos está na Eq.(63), já os outros dois usando Eqs.(54) e (55) podemos mostrar que

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}V_{WZ} &= -\theta\sigma^m\bar{\theta}\bar{A}A_m + i\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{A}\lambda - \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi}\theta\sigma^m\bar{\theta}A_m + \frac{1}{2}\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{\theta}(\bar{A}D - i\partial_n\bar{A}A^n - i\sqrt{2}\bar{\psi}\bar{\lambda}) \\ \bar{\Phi}V_{WZ}^2 &= -\frac{1}{2}\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{A}A_mA^m .\end{aligned}\quad (75)$$

Fazendo a outra parte das contas encontramos

$$\begin{aligned}\int d^4\theta\bar{\Phi}V_{WZ}\Phi &= \frac{1}{2}[A\bar{A}D - iA\partial_n\bar{A}A^n - i\sqrt{2}A\bar{\psi}\bar{\lambda} + i\sqrt{2}\bar{A}\lambda\psi + A_m\bar{\psi}\bar{\sigma}^m\psi + i\bar{A}A^n\partial_nA] \\ \int d^4\theta\bar{\Phi}V_{WZ}^2\Phi &= -\frac{1}{4}\bar{A}A^mA_mA\ ,\end{aligned}\quad (76)$$

substituindo Eq.(63) e Eq.(76) na Eq.(74) obteremos

$$\begin{aligned}\int d^4x \int d^2\theta\bar{\Phi}e^{gV_{WZ}}\Phi &= \bar{F}F + A\Box\bar{A} + i\partial_m\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^m\psi_j \\ &+ gA^n\left(\frac{1}{2}\bar{\psi}\bar{\sigma}^n\psi + \frac{i}{2}\bar{A}\partial_nA - \frac{i}{2}\partial_n\bar{A}A\right) \\ &- \frac{ig}{\sqrt{2}}(A\bar{\lambda}\bar{\psi} - \bar{A}\lambda\psi) + \frac{1}{2}\left(gD - \frac{1}{2}g^2A_nA^n\right)\bar{A}A .\end{aligned}\quad (77)$$

Repare que esta parte não apenas descreve as interações dos campos de matéria com os campos de gauge, dado na segunda linha, bem como a interação escalar bóson de gauge. Também temos as interações de Yukawa entre os férmions,  $\Psi$ , sférmions,  $A$ , e os gauginos  $\lambda$ , conforme nos diz o primeiro termo da terceira linha da equação acima.

### C. Teoria de Yang-Mills supersimétrica

A lagrangiana de Yang-Mills supersimétrica é

$$\begin{aligned}&\frac{1}{4}\int d^4x \int d^2\theta \left(W^\alpha W_\alpha + \bar{W}_{\dot{\alpha}}\bar{W}^{\dot{\alpha}}\right) \\ &= \int d^4x \left[-\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn} - i\lambda\sigma^m\mathcal{D}_m\bar{\lambda} + \frac{1}{2}D^2\right] ,\end{aligned}\quad (78)$$

com  $\mathcal{D}_m\lambda^a = \partial_m\lambda^a - gf^{abc}A_m^b\lambda^c$  sendo a derivada covariante usual, ou seja  $f$  é a constante de estrutura da álgebra de Lie e  $g$  é o acoplamento de gauge. Onde percebemos que esta ação



contém as ações de Maxwell e de Dirac para campos livres, bem como acopla os gauginos aos campos de gauge.

Como antes  $D$  também é um campo auxiliar e pode ser removido usando suas equações de movimento. Das Eq.(77) e Eq.(78) vemos que a lagrangiana dos  $D$  termos é dada por

$$\mathcal{L}_D = \frac{1}{2}D^2 + \frac{1}{2}g\bar{A}AD \ , \quad (79)$$

que resulta na seguinte equação de movimento para os campos  $D$

$$D = -\frac{g}{2}\bar{A}A \ , \quad (80)$$

no caso não abeliano onde  $V = T_a V^a$  pode-se mostrar que a equação de movimento dada acima é modificada para

$$D_a = -g\bar{A}T_a A \ , \quad (81)$$

e o potencial escalar neste caso é dado por

$$V_D(\bar{A}, A) = -\mathcal{L}_D = \frac{1}{2}D^2 \ . \quad (82)$$

## VII. O POTENCIAL ESCALAR

Ao contrário do modelo padrão, onde o potencial escalar é arbitrário e é definido apenas pela exigência da invariância de gauge. No caso de teorias supersimétricas o potencial escalar é completamente definido pelo superpotencial, e consiste das contribuições dos termos  $D$  e  $F$  que discutimos na última seção. O potencial escalar completo de uma teoria supersimétrica é a soma dessas duas contribuições, ou seja

$$\begin{aligned} V(\bar{A}, A) &= V_D(\bar{A}, A) + V_F(\bar{A}, A) \\ &= |F|^2 + \frac{1}{2}D^2 \ , \end{aligned} \quad (83)$$

e percebemos que  $V(\bar{A}, A) \geq 0$ , pois são quadráticos neste campos.

Dessa maneira, a forma da lagrangiana é praticamente fixada pela exigência de uma simetria. As únicas liberdades deste tipo de teorias são o conteúdo de campos, os valores dos acoplamentos de gauge  $g$ , os acoplamentos de Yukawa  $g_{ijk}$  e as massas das partículas do modelo. Com isto agora já temos quase todas as ferramentas necessárias para construir um modelo supersimétrico realístico, falta apenas ver como quebrar supersimetria. Se supersimetria não fosse quebrada, os férmions e os seus superparceiros bosônicos deveriam ser degenerados na massa. No espectro do modelo padrão claramente não satisfaz esta condição já que nenhum parceiro supersimétrico foi encontrado, pois não existe um selétron com massa de  $511\text{KeV}$ , nem um smúon de  $106\text{MeV}$  e etc. De tal modo que se supersimetria é realizada pela natureza, ela deve ser quebrada.

Antes de ver como quebrar supersimetria devemos mencionar que nenhuma das partículas já conhecidas seja o parceiro supersimétrico de outra, porque o superparceiro deve diferir de meio no spin, enquanto tendo a mesma propriedade de transformação sobre o grupo de gauge bem como sobre qualquer simetria global da teoria. Mas antes de tratarmos disto vamos mostrar como supersimetria resolve o problema da hierarquia.

### VIII. PROBLEMA DA HIERARQUIA

Para enetendermos este problema considere a seguinte lagrangiana (não supersimétrica) de um campo escalar complexo  $A$  e um férmion de Weyl  $\chi$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\partial_m \bar{A} \partial^m A - i \bar{\chi} \bar{\sigma}^m \partial_m \chi - \frac{1}{2} m_f (\chi \chi + \bar{\chi} \bar{\chi}) - m_b^2 \bar{A} A \\ & - Y (A \chi \chi + \bar{A} \bar{\chi} \bar{\chi}) - \lambda (\bar{A} A)^2 . \end{aligned} \quad (84)$$

Se  $m_b = m_f$  e  $Y = \lambda$  esta lagrangiana seria supersimétrica conforme já foi visto na seção 6.1, mas agora vamos considerar o caso não supersimétrico.

Neste caso  $\mathcal{L}$  possui uma simetria quiral para  $m_f = 0$  dada por

$$A \rightarrow e^{-2i\alpha} A , \quad \chi \rightarrow e^{i\alpha} \chi . \quad (85)$$

Esta simetria proíbe a geração de massa para o férmion por correções quânticas. Para  $m_f \neq 0$  a massa do férmion recebe correções radiativas, mas todos os possíveis diagramas têm que ter inserções de massa, podem ser visto na Fig.1. A correção de massa que é proporcional a  $m_f$  é dada por

$$\delta m_f \sim Y^2 m_f \ln \frac{m_f^2}{\Lambda^2} , \quad (86)$$

onde  $\Lambda$  é o cutoff ultravioleta. Portanto a massa de um férmion quirial não recebe grandes correções radiativas se a massa “nua” for pequena.

Já no caso de campos escalares a situação é diferente. Os diagramas que dão correções de um loop à  $m_b$  estão mostrados nas Fig.2 e Fig.3. Ambos diagramas são divergente quadraticamente, mas eles têm sinais opostos devido ao fato que no segundo diagrama férmions estão no loop enquanto que no primeiro nós temos bósons rodando no loop. A correção na massa neste caso é dada por

$$\delta m_b^2 \sim (\lambda - Y^2) \Lambda^2 . \quad (87)$$

Assim em teorias não supersimétricas campos escalares recebem grandes correções de massa (mesmo que a massa “nua” seja zero) e massas pequenas para os escalares não parece ser “natural”. Poi a massa “natural” para qualquer partícula escalar é  $\Lambda$ , que é da ordem da massa de Planck cujo valor é  $M_{plank} \simeq 10^{19} \text{GeV}$ .

Uma das possibilidades para se evitar este problema é por considerar supersimetria global e associar o Higgs a um supermultiplete quirial. A simetria quirial que proíbe massa ao férmion, higgsino, também irá proibir correspondente termo de massa ao Higgs, já que se supersimetria é válida temos que ter  $m_f = m_b$ . Se esta simetria quirial junto com supersimetria permanece até uma escala  $O(1 \text{TeV})$ , as correções radiativas irão induzir massa escalar da ordem de  $O(M_W)$  o que explicaria porque  $M_H \lll M_{plank}$  e assim resolvendo este problema. Devemos fazer a quebra de supersimetria sem introduzir divergências quadráticas para resolver o problema da hierarquia.

## IX. QUEBRA ESPONTÂNEA DE SUPERSIMETRIA.

De uma perspectiva teórica, esperamos que supersimetria seja uma simetria que é quebrada espontaneamente. Em outras palavras, o modelo deve ter uma lagrangiana que é invariante sobre supersimetria, mas um vácuo que não é. Desta maneira, supersimetria é escondida a baixas energias em uma maneira análoga a simetria eletrofraca no modelo padrão SM.

Da Eq.(26) aprendemos que se os geradores de supersimetria aniquilam o vácuo, a hamiltoniana  $H$  também aniquila o vácuo. Isto por sua vez implica que o potencial escalar  $V(\bar{A}, A)$  de uma teoria supersimétrica tem um estado supersimétrico fundamental tem que ser zero neste mínimo

$$E_{vac} = 0 \quad \Rightarrow \quad \langle V \rangle \equiv V(\bar{A}, A)|_{\min} = 0 \quad . \quad (88)$$

A forma geral do potencial escalar  $V(\bar{A}, A) = F^i \bar{F}^i + \frac{1}{2} D^a D^a$  foi mostrada na Eq.(83). Como  $V(\bar{A}, A)$  é positivo nós facilmente concluímos da Eq.(88) que em um estado supersimétrico fundamental

$$\langle F^i \rangle \equiv F^i|_{\min} = 0 \quad \text{e} \quad \langle D^a \rangle \equiv D^a|_{\min} = 0 \quad , \quad (89)$$

tem que ser válida. O oposto também é verdadeiro

$$\langle F^i \rangle \neq 0 \quad \text{ou} \quad \langle D^a \rangle \neq 0 \quad \Rightarrow \quad V|_{\min} > 0 \quad \Rightarrow \quad Q_\alpha |0\rangle \neq 0 \quad , \quad (90)$$

e supersimetria é espontâneamente quebrada. Assim  $\langle F^i \rangle$  e  $\langle D^a \rangle$  são os parâmetros que comandam a quebra de supersimetria quando são diferentes de zero.

Potenciais específicos que resultam em termos  $D$  e  $F$  diferentes de zero foram construídos [14,15]. Por exemplo, o modelo de O’Raifeartaigh [14] três supercampos quirais são necessários para quebrar supersimetria. O espectro de massa dos seis bósons reais e os três férmions de Weyl do modelo são

Bósons:  $(0, 0, m^2, m^2, m^2 \pm 2\lambda g)$  ,

Férmions:  $(0, m^2, m^2)$  .

Já no caso do modelo de Fayet e Iliopoulos [15], eles observaram que a componente  $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$  do supercampo vetorial é invariante tanto por invariância de gauge quanto por supersimetria. Este modelo descreve dois férmions de massa  $\sqrt{m^2 + (1/2)e^2v^2}$ , um campo vetorial e um campo escalar, cada de massa  $\sqrt{(1/2)e^2v^2}$ , um campo escalar complexo de massa  $\sqrt{m^2}$ , e um espinor de goldstone não massivo.

Repare que nos dois modelos descrito acima vale a seguinte relação

$$\sum_{\text{bosons}} M_b^2 = 2 \sum_{\text{fermions}} M_f^2 , \quad (91)$$

que é muito ruim para fenomenologia. Muitos modelos de quebra de supersimetria já foram propostos, mas ainda não existe consenso em como isto deve ser feito.

Porém, de um ponto de vista prático, é extremamente útil simplesmente parametrizar nossa ignorância desses resultado por introduzir termos extras que quebrem supersimetria explicitamente na lagrangiana. O acoplamento extra de quebra de supersimetria deve ser “soft” para manter naturalmente uma hierarquia entre a escala eletrofraca e a escala de Planck, conforme discutimos na última seção.

A filosofia atrás destes termos “softs” é a seguinte: existe um setor que quebra supersimetria espontaneamente em uma escala de energia maior que a escala eletrofraca. A quebra de supersimetria é comunicada de alguma maneira (através de interações de gauge ou através da interação gravitacional) aos campos do modelo e como resultado os termos “softs” aparecem. Uma implementação desta idéia é a de quebrar supersimetria espontaneamente em um “setor escondido”, que é um setor que não interage com as partículas do modelo padrão (setor visível) exceto através de uma teoria de supergravidade que serve de intermediário para esta quebra, para mais detalhe veja a próxima sub-seção.

Em 1982 L. Girardello e M. T. Grisaru [16] mostraram que o seguinte termo que quebra supersimetria

$$\mathcal{L}_{soft} = -\frac{1}{2}(M_\lambda \lambda^a \lambda^a + hc) - m^2 \bar{A}A + b^{ij} A_i A_j + d^{ijk} A_i A_j A_k , \quad (92)$$

é livre de divergências quadráticas nas correções quânticas para a massa do escalar da teoria. Pode ser mostrado que a ausência de divergências quadráticas em teorias supersimétricas estabiliza a massa do Higgs e assim a escala eletrofraca. O primeiro termo desta lagrangiana é um termo de massa para os gauginos, o segundo é o termo de massa para os escalares e os termos  $b^{ij}$  e  $d^{ijk}$  têm a mesma forma dos termos proporcionais a  $M^{ij}$  e  $y^{ijk}$  no superpotencial, assim eles serão permitidos pela invariância de gauge se e somente se um termo correspondente existe no superpotencial.

### A. Modelos de Quebra de SUSY.

Nós introduzimos acima quebra explícita de SUSY devido ao fato de não conhecermos ainda o mecanismo de quebra de SUSY. Se SUSY é quebrada espontaneamente então existe um férmion de Goldstone chamado de *goldstino*. Quando supersimetria é global o goldstino não tem massa. Porém em supersimetria local (supergravidade) o goldstino é “comido” pelo gravitino ( $\tilde{g}_{3/2}$ ) que desta maneira adquire uma massa  $m_{3/2}$  [17]. Isto é conhecido na literatura como o Mecanismo de Super-Higgs e é completamente análogo ao mecanismo de Higgs das teorias de Gauge.

Modelos que apresentam quebra espontânea de SUSY assumem que SUSY é quebrada num setor “hidden” ou “secluded” que é completamente neutro com relação ao grupo de Gauge do SM. A informação da quebra de SUSY é então informada ao setor “visible”, que contém o MSSM, por algum mecanismo. Doi cenários deste tipo de quebra tem sido estudado em detalhe: quebra de SUSY gravity-mediated e gauge-mediated.

No caso de *quebra de SUSY gravity-mediated*, a quebra de SUSY é transmitida ao MSSM pela interação gravitacional [18]. A quebra ocorre a  $\mathcal{O}(10^{10})$  GeV ou acima, e o gravitino ganha uma massa da ordem da escala eletro-fraca. O modelo de estrutura mais simples deste tipo de mecanismo é o *minimal supergravity model* (mSUGRA) [19,20]. Como mSUGRA possui apenas cinco parâmetros livres (o SM possui 18) ele é altamente preditivo e por

isto mais usado nas buscas experimentais. Porém, devemos ter em mente, que ele é bem restritivo.

Os modelos Gauge-mediated (GMSB) [21] tem um setor “secluded” onde SUSY é quebrada e um setor “messenger” consistindo de partículas com números quânticos de  $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ . Os “messengers” se acoplam diretamente ao setor “secluded” e a quebra de SUSY é transmitida ao MSSM através de trocas virtuais dos “messengers”. Uma característica básica deste tipos de modelos é que a escala de quebra de SUSY ocorre a escalas bem abaixo do que no caso gravity-mediated, a escala é da  $\mathcal{O}(10^4\text{--}10^5)$  GeV. Porém o alcance da massa do gravitino vai de eV até KeV.

Uma discussão mais detalhada da quebra de SUSY está além deste estudo. Para pessoas interessadas em mSUGRA veja [22,23]. Uma revisão da quebra de SUSY gauge-mediated é dada em [24].

## X. A INVARIÂNCIA $\mathbf{R}$ .

Esta nova simetria é uma simetria global que não comuta com supersimetria, foi introduzida em 1975 por P. Fayet [25] e é chamada de simetria  $R$ . Exigir à invariância  $\mathbf{R}$  da ação coloca restrições na forma dos termos de interação, além disto muitas teorias supersimétricas interessantes são invariantes por  $\mathbf{R}$  e assim possuem uma simetria  $U(1)_R$  adicional.

O conceito de simetria  $R$  pode ser melhor entendida no Super-espço. Chamaremos os geradores desta simetria por  $\mathbf{R}$ , este operador gera a seguinte transformação nas variáveis de grassman

$$\mathbf{R}\theta \rightarrow e^{-i\alpha}\theta \ , \tag{93}$$

assim  $\theta$  tem carga  $R(\theta) = 1$ . Quando atua nos supercampos quirais ela produz

$$\begin{aligned} \mathbf{R}\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) &= e^{2in_\Phi\alpha}\Phi(x, e^{-i\alpha}\theta, e^{i\alpha}\bar{\theta}) \ , \\ \mathbf{R}\bar{\Phi}(x, \theta, \bar{\theta}) &= e^{-2in_\Phi\alpha}\bar{\Phi}(x, e^{-i\alpha}\theta, e^{i\alpha}\bar{\theta}) \ , \end{aligned} \tag{94}$$

onde  $2n_\Phi$  é a carga quiral e no vetorial

$$\mathbf{R}V(x, \theta, \bar{\theta}) = V(x, e^{-i\alpha}\theta, e^{i\alpha}\bar{\theta}) . \quad (95)$$

Em termos de componentes, as transformações acima para o multiplete quiral são

$$\left. \begin{aligned} A &\longrightarrow e^{2in_\Phi\alpha} A \\ \psi &\longrightarrow e^{2i(n_\Phi - \frac{1}{2})\alpha} \psi \\ F &\longrightarrow e^{2i(n_\Phi - 1)\alpha} F \end{aligned} \right\} , \quad (96)$$

e para o multiplete vetorial temos

$$\left. \begin{aligned} A_m &\longrightarrow A_m \\ \lambda &\longrightarrow e^{i\alpha} \lambda \\ D &\longrightarrow D \end{aligned} \right\} . \quad (97)$$

Para produtos de termos de supercampos quirais, pode-se mostrar que [26]

$$\mathbf{R} \prod_a \Phi_a(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{2i \sum_a n_a \alpha} \prod_a \Phi(x, e^{-i\alpha}\theta, e^{i\alpha}\bar{\theta}) ,$$

e os seguintes termos de supercampos são todos invariantes por paridade R

$$\begin{aligned} &\int d^4\theta \bar{\Phi}(x, \theta, \bar{\theta}) \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) , \\ &\int d^4\theta \bar{\Phi}(x, \theta, \bar{\theta}) e^{V(x, \theta, \bar{\theta})} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) , \\ &\int d^4\theta \prod_a \Phi_a(x, \theta, \bar{\theta}) , \quad \text{se } \sum_a n_a = 1 . \end{aligned}$$

## XI. O MODELO PADRÃO SUPERSIMÉTRICO MÍNIMO.

As diferentes classes de extensões supersimétricas do *modelo padrão SM* são divididas naturalmente em duas classes. A primeira é o *modelo padrão supersimétrico mínimo MSSM* [27]— [45] que contém o número mínimo de campos e parâmetros exigidos para construir um modelo realístico de quarks e léptons. A segunda classe conhecido como *modelo padrão supersimétrico não mínimo (NMSSM)* [46]. Este modelo contém mais parâmetros e campos sem qualquer aumento da predictividade do modelo e por isto não serão aqui considerados. A respeito do **MSSM** existem excelentes revisões tais como [19] e [47]— [56] nas quais este estudo está baseado.



## A. Ingredientes do Modelo.

Os ingredientes do **MSSM** podem ser definidos pelos seguintes pontos:

1. O grupo de Gauge é:  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ .
2. O conteúdo mínimo de partículas, sendo de três famílias de quarks e léptons, doze bósons de gauge (definidos da maneira usual), dois dubletos de Higgs e, claramente, todos os seus parceiros supersimétricos.
  - (a) Introduzimos juntos com os bósons de Gauge os “GAUGINOS” que são férmios, ou seja são partículas de spin 1/2.
  - (b) Os léptons e quarks têm como parceiros supersimétricos os “SLÉPTONS” e “SQUARKS”, que são partículas escalares. Como temos que ter um parceiro supersimétrico para cada grau de liberdade, dois campos bosônicos são necessários para cada campo fermiônico do **SM**. Eles são conhecidos como estados “esquerdo” e “direito” e são denotados por  $\tilde{l}_L, \tilde{l}_R, \tilde{q}_L$  e  $\tilde{q}_R$ . Devemos aqui ressaltar que  $L$  e  $R$  não significa a helicidade das spartículas (eles são partículas de spin0) mas a dos seus superparceiros
  - (c) Já no caso dos dois dubletos de Higgs temos que acrescentar seus parceiros que são férmions e são conhecidos por HIGGSINOS.
3. Termos de quebra *soft* para parametrizar a quebra de supersimetria.
4. Simetria R uma simetria discreta exata.

Se construíssemos uma teoria baseada apenas nos três primeiros pontos descritos acima, surgiria uma teoria que viola número leptônico e bariônico, então devido a isto temos que exigir uma simetria discreta a mais.

A simetria R é introduzida para eliminar estes termos. A paridade R de um estado está relacionado ao seu spin ( $S$ ), número bariônico ( $B$ ) e ao número leptônico ( $L$ ) da seguinte maneira

$$R_p = (-1)^{2S+3B+L}. \quad (98)$$

Uma consequência imediata da expressão acima é que todas as partículas do **SM** (incluindo os bósons de Higgs) são de paridade R par, enquanto seus superparceiros são de paridade R ímpar. Como resultado as “novas” partículas supersimétricas podem ser produzidas apenas em pares, e qualquer de seu decaimento tem que conter um número ímpar de partículas supersimétricas. Isto implica que a partícula supersimétrica mais leve, conhecida como “Lighest Supersymmetric Particle” (*LSP*), tem que ser estável, pois ela não tem canal de decaimento permitido. Isto proporciona sinais característicos para a produção das spartículas. O argumento é o seguinte. Como os *LSP* são estáveis, alguns deles devem ter sobrevivido a era do Big Bang. Se os *LSP* sentem as interações eletromagnéticas ou fortes, muitos ou a maioria dessas relíquias cosmológicas devem ter sido confinados para formar “isótopos exóticos”. Buscas [57] a esses “exóticos” levam a vínculos muito fortes para sua abundância, que exclue todos os modelos com partículas estáveis carregadas ou mesmo que interagem fortemente a menos que suas massas ultrapasse vários *TeV* [58]. Assim no contexto do **MSSM** isto significa que o *LSP* deve ser neutro, logo o *LSP* se parece como um neutrino pesado nas buscas experimentais.

Supersimetria (SUSY) em sua versão local inclui a gravidade: a teoria resultante é conhecida como **supergravidade**. O modelo então inclui também o gráviton (spin=2) e seu parceiro fermiônico o gravitino (spin= $\frac{3}{2}$ )

## B. Supercampos do MSSM.

As primeiras versões do **MSSM** foram construídas nos anos 70 [25]. Neste trabalho iremos promover todos os campos fermiônicos do **SM** a supercampos quirais, um para cada geração. Iremos representar estes supercampos por  $\hat{l}(x, \theta, \bar{\theta})$ , no caso do lépton carregado, e  $\hat{\nu}_l(x, \theta, \bar{\theta})$  para o neutrino deste lépton e convenção análoga para as outras partículas. Os

índices das gerações serão suprimidos <sup>5</sup>.

Os supercampos dos léptons de mão esquerda (para cada geração) são <sup>6</sup>

$$\begin{aligned}\hat{L}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \begin{pmatrix} \hat{\nu}_l(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{e}(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix}_L, \\ \hat{R}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \hat{e}_R(x, \theta, \bar{\theta}) \ ,\end{aligned}\tag{99}$$

já os supercampos dos quarks são escritos da seguinte maneira

$$\begin{aligned}\hat{Q}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \begin{pmatrix} \hat{u}_i(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{d}_i(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix}_L, \\ \hat{U}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \hat{u}_R(x, \theta, \bar{\theta}) \ , \\ \hat{D}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \hat{d}_R(x, \theta, \bar{\theta}) \ .\end{aligned}\tag{100}$$

Já no setor de Higgs deste modelo necessitamos de dois dubletos <sup>7</sup>, que definiremos como

$$\hat{H}_1(x, \theta, \bar{\theta}) = \begin{pmatrix} \hat{H}_1^1(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{H}_1^2(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix},$$

e

$$\hat{H}_2(x, \theta, \bar{\theta}) = \begin{pmatrix} \hat{H}_2^1(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{H}_2^2(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix}.\tag{101}$$

Observe que os índices superiores desses supercampos, digamos  $\hat{H}_1^2(x, \theta, \bar{\theta})$ , é um índice de  $SU(2)$  que toma as seguintes séries de valores  $\{1, 2\}$ . A mesma coisa acontece para

<sup>5</sup>Aqui iremos seguir a convenção padrão de que todo supermultipeto quiral serão definidos em termos de espinores de Weyl de mão esquerda, assim que os conjugados dos léptons de mão esquerda irão aparecer para representar os léptons de mão direita. Soma sobre o índice de geração está subentendida por todo este estudo se nada for dito para indicar o contrário.

<sup>6</sup>Usaremos chapéu ( $\hat{\phantom{x}}$ ) para indicar supercampos.

<sup>7</sup>Dois dubletos de higgs são necessários para evitar anomalias de gauge que surgem dos higgsinos de spin 1/2 e para gerar massas a todos os quarks e léptons.

$\hat{L}(x, \theta, \bar{\theta})$  e  $\hat{Q}(x, \theta, \bar{\theta})$ . Os números quânticos de cada supercampo está na tabela I, na tabela II mostramos o conteúdo de partículas do modelo.

Como a nossa teoria possui uma invariância de gauge  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_N$ . Isto significa que a teoria tem doze campos de gauge, sendo um  $\hat{v}(x, \theta, \bar{\theta})$  para o grupo de gauge  $U(1)$ , três  $\hat{V}^i(x, \theta, \bar{\theta})$  ( $i = 1, 2, 3$ ) para  $SU(2)$  e oito  $\hat{V}_c^a(x, \theta, \bar{\theta})$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) para  $SU(3)$ . Como no **SM** colocaremos este bósons de gauge na representação adjunta do grupo, e usaremos a seguinte notação

$$\hat{V}'(x, \theta, \bar{\theta}) = \mathbf{Y} \hat{v}(x, \theta, \bar{\theta}) \ , \quad (102)$$

$$\hat{V}(x, \theta, \bar{\theta}) = \mathbf{T}^i \hat{V}^i(x, \theta, \bar{\theta}) \ , \quad i = 1, 2, 3 \ , \quad (103)$$

$$\hat{V}_c(x, \theta, \bar{\theta}) = \mathbf{T}^a \hat{V}_c^a(x, \theta, \bar{\theta}) \ , \quad a = 1, \dots, 8 \ .. \quad (104)$$

Onde  $\mathbf{Y}$  e  $\mathbf{T}^i \equiv \sigma^i/2$ ,  $\mathbf{T}^a \equiv \lambda^a/2$ , são os geradores de  $U(1)$ ,  $SU(2)$  e  $SU(3)$  respectivamente.

Tipo de Multipleteo	Supercampos	Números Quânticos	
		$SU(2)$	$U(1)$
Matéria	$\hat{L}(x, \theta, \bar{\theta})$	dubleto	$-1/2$
	$\hat{R}(x, \theta, \bar{\theta})$	singleteo	1
	$\hat{Q}(x, \theta, \bar{\theta})$	dubleto	$1/6$
	$\hat{U}(x, \theta, \bar{\theta})$	singleteo	$-2/3$
	$\hat{D}(x, \theta, \bar{\theta})$	singleteo	$1/3$
	$\hat{H}_1(x, \theta, \bar{\theta})$	dubleto	$-1/2$
	$\hat{H}_2(x, \theta, \bar{\theta})$	dubleto	$1/2$
Gauge	$\hat{v}(x, \theta, \bar{\theta})$	singleteo	0
	$\hat{V}^i(x, \theta, \bar{\theta})$	tripleto	0
	$\hat{V}_c^a(x, \theta, \bar{\theta})$	octeto	0

TABLE I. A notação e os números quânticos de cada supercampo no **MSSM**. Todos os índices das gerações foram suprimidos.

Supercampo	Partícula	Spin	Superparceiro	Spin
$\hat{v} \text{ (U(1))}$	$V_m$	1	$\lambda_B$	$\frac{1}{2}$
$\hat{V}^i \text{ (SU(2))}$	$V_m^i$	1	$\lambda_A^i$	$\frac{1}{2}$
$\hat{V}_c^a \text{ (SU(3))}$	$G_m^a$	1	$\tilde{g}^a$	$\frac{1}{2}$
$\hat{Q}$	$(u, d)_L$	$\frac{1}{2}$	$(\tilde{u}_L, \tilde{d}_L)$	0
$\hat{U}$	$\bar{u}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{u}_R^*$	0
$\hat{D}$	$\bar{d}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{d}_R^*$	0
$\hat{L}$	$(\nu, e)_L$	$\frac{1}{2}$	$(\tilde{\nu}_L, \tilde{e}_L)$	0
$\hat{R}$	$\bar{e}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{e}_R^*$	0
$\hat{H}_1$	$(H_1^0, H_1^-)$	0	$(\tilde{H}_1^0, \tilde{H}_1^-)$	$\frac{1}{2}$
$\hat{H}_2$	$(H_2^+, H_2^0)$	0	$(\tilde{H}_2^+, \tilde{H}_2^0)$	$\frac{1}{2}$

TABLE II. Conteúdo de Partículas do MSSM.

### C. Lagrangiana do MSSM.

Na lagrangiana que iremos construir, iremos assumir que a nossa teoria pode ser vista como sendo um limite de baixa energia de uma teoria de supergravidade, ou seja ela deve ser invariante por supersimetria e pelo grupo de gauge. Na seção seis já discutimos como deve ser a forma da lagrangiana para ser invariante por supersimetria. Na próxima seção mostraremos que a lagrangiana que iremos escrever a seguir também é invariante pelo grupo de gauge.

Nossa lagrangiana tem que ter a seguinte forma

$$\mathcal{L}_{MSSM} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{soft} . \quad (105)$$

Onde  $\mathcal{L}_{SUSY}$  é a parte supersimétrica da lagrangiana, enquanto  $\mathcal{L}_{Soft}$  quebra explicitamente supersimetria conforme discutido na seção nove.

#### 1. O Termo Supersimétrico $\mathcal{L}_{SUSY}$ .

O termo supersimétrico iremos dividir da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{SUSY} = \mathcal{L}_{lepton} + \mathcal{L}_{Quarks} + \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{Higgs} , \quad (106)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{lepton} &= \int d^4\theta \left[ \hat{\bar{L}} e^{2g\hat{V} - g'\hat{V}'} \hat{L} + \hat{\bar{R}} e^{g'\hat{V}'} \hat{R} \right] , \\ \mathcal{L}_{Quarks} &= \int d^4\theta \left[ \hat{\bar{Q}} e^{2g_s\hat{V}_c^a + 2g\hat{V} + (g'/3)\hat{V}'} \hat{Q} + \hat{\bar{U}} e^{2g_s\hat{V}_c^a - (4g'/3)\hat{V}'} \hat{U} + \hat{\bar{D}} e^{2g_s\hat{V}_c^a + (2g'/3)\hat{V}'} \hat{D} \right] , \end{aligned} \quad (107)$$

$$\mathcal{L}_{Gauge} = \frac{1}{4} \int d^2\theta \left[ \sum_{a=1}^8 W_s^{a\alpha} W_{s\alpha}^a + \sum_{i=1}^3 W^{i\alpha} W_{\alpha}^i + W'^{\alpha} W'_{\alpha} + h.c. \right] , \quad (108)$$

e finalmente

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \int d^4\theta \left[ \hat{\bar{H}}_1 e^{2g\hat{V} - g'\hat{V}'} \hat{H}_1 + \hat{\bar{H}}_2 e^{2g\hat{V} + g'\hat{V}'} \hat{H}_2 + W + \bar{W} \right]. \quad (109)$$

Aqui  $g_s$ ,  $g$  e  $g'$  são os acoplamentos de gauge para  $SU(3)$ ,  $SU(2)$  e  $U(1)$  respectivamente e o fator 2 que aparece relacionado com a constante de acoplamento  $g$ , são introduzido por conveniência. Com esta escolha o campo de força  $V_{mn}^i$  contido em  $W_\alpha$  corresponde ao do **SM**.  $W_{s\alpha}$ ,  $W_\alpha$  e  $W'_\alpha$  são os  $SU(3)$ ,  $SU(2)$  e  $U(1)$  campos de forças definidos por

$$\begin{aligned} W_{s\alpha}^a &= -\frac{1}{8g_s} \bar{D}\bar{D}e^{-2g_s\hat{V}_c} D_\alpha e^{2g\hat{V}_c} , \\ W_\alpha &= -\frac{1}{8g} \bar{D}\bar{D}e^{-2g\hat{V}} D_\alpha e^{2g\hat{V}} , \\ W'_\alpha &= -\frac{1}{4} D\bar{D}D_\alpha \hat{V}' . \end{aligned} \quad (110)$$

Além disto,  $W \equiv W[\hat{L}, \hat{R}, \hat{Q}, \hat{U}, \hat{D}, \hat{H}_1, \hat{H}_2]$  é o superpotencial da teoria que iremos discutir a seguir.

## 2. O Superpotencial.

Lembraremos que o superpotencial pode ser no máximo cúbico nos supercampos para garantir que a teoria seja renormalizável. O superpotencial do **MSSM** tem a seguinte forma

$$W = W_H + W_Y + W_{NR} , \quad (111)$$

com a parte do Higgs  $W_H$  dada por

$$W_H = \mu \varepsilon_{\alpha\beta} \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j ,$$

e a correspondente parte de Yukawa  $W_Y$  tem a seguinte forma

$$W_Y[\hat{L}, \hat{R}, \hat{Q}, \hat{U}, \hat{D}, \hat{H}_1, \hat{H}_2] = \varepsilon_{\alpha\beta} \left[ f \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{R} + f_1 \hat{H}_1^i \hat{Q}^j \hat{D} + f_2 \hat{H}_2^j \hat{Q}^i \hat{U} \right] .$$

Onde  $\mu$  é um parâmetro de massa e  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  é um tensor anti-simétrico definido por

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} . \quad (112)$$

Alem disto,  $f$ ,  $f_1$  e  $f_2$  são acoplamentos de Yukawa e são matrizes  $3 \times 3$  no espaço das famílias. Ou seja precisamos de  $H_1$  e  $H_2$  para gerar massas a todos os férmions carregados do modelo. Repare que os neutrinos permanecem sem massa.

Já  $W_{NR}$  é a parte do superpotencial que não conserva paridade R e tem a seguinte forma

$$W_{NR}[\hat{L}, \hat{R}, \hat{Q}, \hat{U}, \hat{D}, \hat{H}_2] = \mu_1 \hat{L} \hat{H}_2 + \lambda \epsilon_{\alpha\beta} \hat{L}^i \hat{L}^j \hat{R} + \lambda^1 \epsilon_{\alpha\beta} \hat{L}^i \hat{Q}^j \hat{D} + \lambda^2 \epsilon_{\alpha\beta} \hat{L}^i \hat{H}_2^j + \lambda^3 \hat{U} \hat{D} \hat{D} .$$

Os primeiros três termos, que contêm três supercampos, na equação acima não conservam o número leptônico  $L$ , enquanto o segundo e o quarto termo não conservam o número bariônico  $B$ . Dentro deste modelo só podemos quebrar paridade R somente se qualquer  $L$  ou  $B$  não for conservado. Se ambos  $L$  e  $B$  forem quebrados, teremos rápidas taxas para os decaimentos dos núcleons e isto é inaceitável fenomenologicamente. É devido a isto que em modelos com quebra de paridade  $R$ , apenas alguns dos coeficientes são diferentes de zero. Devemos contudo enfatizar que existem fortes vínculos nos acoplamentos  $\mu_1$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda^1$ ,  $\lambda^2$  e  $\lambda^3$ . Mas neste estudo nós não consideraremos quebra desta simetria.

Lembre-se que se impomos invariância sobre o grupo de gauge em todas as interações no **SM**, achamos que todas os termos de dimensão quatro ou menor automaticamente preservam tanto número leptônico como o número bariônico. Aqui iremos considerar conservação da paridade R, por isto não iremos tratar com este termo neste estudo.

### 3. O Termo de Quebra Soft $\mathcal{L}_{Soft}$ .

O termo soft é escrito da seguinte maneira:

$$\mathcal{L}_{Soft} = \mathcal{L}_{SMT} + \mathcal{L}_{GMT} + \mathcal{L}_{INT} , \quad (113)$$

onde o termo de massa escalar  $\mathcal{L}_{SMT}$  é escrito da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SMT} = - \int d^4\theta \left[ M_L^2 \tilde{\tilde{L}} \tilde{L} + M_R^2 \tilde{\tilde{R}} \tilde{R} + M_Q^2 \tilde{\tilde{Q}} \tilde{Q} \right. \\ \left. + M_U^2 \tilde{\tilde{U}} \tilde{U} + M_D^2 \tilde{\tilde{D}} \tilde{D} + M_1^2 \bar{H}_1 H_1 \right. \\ \left. + M_2^2 \bar{H}_2 H_2 - M_{12}^2 \epsilon_{ij} \left( H_1^i H_2^j + h.c. \right) \right] , \end{aligned} \quad (114)$$

mas a invariância  $SU(2)$  exige mesmo parâmetros de quebras para cada dubleto de mão esquerda dos sférmions, ou seja  $m_{\tilde{l}}^2 = m_{\tilde{\nu}}^2$ . Muitos autores incluem a parte  $W_H$  na parte de



quebra soft. Isto é devido ao fato que a constante de acoplamento  $\mu$  tem dimensão de massa como os outros termos de quebra soft apresentados acima. O termo de massa do gaugino é

$$\mathcal{L}_{GMT} = -\frac{1}{2} \int d^4\theta \left[ \left( M_3 \sum_{a=1}^8 \tilde{g}^a \tilde{g}^a + M \sum_{i=1}^3 \lambda_A^i \lambda_A^i + M' \lambda_B \lambda_B \right) + h.c. \right] . \quad (115)$$

Já o termo  $\mathcal{L}_{INT}$  é o seguinte

$$\mathcal{L}_{INT} = \left( A_E H_1 \tilde{L} \tilde{R} + A_D H_1 \tilde{Q} \tilde{D} + A_U H_2 \tilde{Q} \tilde{U} + h.c. \right) . \quad (116)$$

#### 4. Conclusão

Para concluir esta seção, vamos reunir todos os nossos resultados para a lagrangiana  $\mathcal{L}_{MSSM}$ , em termos dos supercampos. O resultado é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MSSM} &= \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{Soft} \\ &= \int d^4\theta \left\{ \hat{\tilde{L}} e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} \hat{\tilde{L}} + \hat{\tilde{R}} e^{g'\hat{V}'} \hat{\tilde{R}} \right. \\ &\quad + \hat{\tilde{H}}_1 e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} \hat{\tilde{H}}_1 + \hat{\tilde{H}}_2 e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} \hat{\tilde{H}}_2 \\ &\quad + \mu \varepsilon_{ij} \hat{\tilde{H}}_1^i \hat{\tilde{H}}_2^j + f \varepsilon_{ij} \hat{\tilde{H}}_1^i \hat{\tilde{L}}^j \hat{\tilde{R}} + h.c. \\ &\quad - \left[ M_L^2 \tilde{\tilde{L}} \tilde{\tilde{L}} + M_R^2 \tilde{\tilde{R}} \tilde{\tilde{R}} + M_Q^2 \tilde{\tilde{Q}} \tilde{\tilde{Q}} \right. \\ &\quad + M_U^2 \tilde{\tilde{U}} \tilde{\tilde{U}} + M_D^2 \tilde{\tilde{D}} \tilde{\tilde{D}} + M_1^2 \bar{\tilde{H}}_1 H_1 \\ &\quad + M_2^2 \bar{\tilde{H}}_2 H_2 - M_{12}^2 \varepsilon_{ij} \left( H_1^i H_2^j + h.c. \right) \\ &\quad \left. + \left( A_E H_1 \tilde{L} \tilde{R} + A_D H_1 \tilde{Q} \tilde{D} + A_U H_2 \tilde{Q} \tilde{U} + h.c. \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[ \left( M_3 \sum_{a=1}^8 \tilde{g}^a \tilde{g}^a + M \sum_{i=1}^3 \lambda_A^i \lambda_A^i + M' \lambda_B \lambda_B \right) + h.c. \right] \Big\} \\ &\quad + \int d^2\theta \frac{1}{4} \left[ \left( \sum_{a=1}^8 W_s^{a\alpha} W_{s\alpha}^a + \sum_{i=1}^3 W^{i\alpha} W_\alpha^i + W'^\alpha W'_\alpha \right) + h.c. \right] . \end{aligned} \quad (117)$$

## XII. A INVARIÂNCIA DE GAUGE DE $\mathcal{L}_{MSSM}$ .

As transformações de gauge do supercampos são definidas por

$$\left. \begin{aligned} \Phi'(x, \theta, \bar{\theta}) &= e^{-ig\Lambda(x, \theta, \bar{\theta})} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}), & \bar{D}_{\dot{\alpha}} \Lambda &= 0 \\ \bar{\Phi}'(x, \theta, \bar{\theta}) &= \bar{\Phi}(x, \theta, \bar{\theta}) e^{ig\bar{\Lambda}(x, \theta, \bar{\theta})} & D_{\alpha} \bar{\Lambda} &= 0 \\ e^{gV'} &= e^{-ig\bar{\Lambda}} e^{gV} e^{ig\Lambda} \end{aligned} \right\} . \quad (118)$$

e as do campo de força  $W_{\alpha}$  por

$$W_{\alpha} \rightarrow W'_{\alpha} = e^{-ig\Lambda} W_{\alpha} e^{ig\Lambda} . \quad (119)$$

Vamos começar mostrando a invariância por  $SU(2)$  e depois mostraremos a invariância por  $U(1)$ . Qualquer outro termo a mais adicionada a lagrangiana discutida na última seção ou não é invariante por  $SU(2)$  ou por  $U(1)$ .

### A. A Invariância por $SU(2)$ .

Como  $[\hat{V}, \hat{V}'] = [\hat{\Lambda}, \hat{V}'] = 0$ , o termo  $\hat{\bar{L}} e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} \hat{L}$  pode ser mostrado que é invariante por  $SU(2)$ , da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \hat{\bar{L}} e^{2g\hat{V}} e^{g'\hat{V}'} \hat{L} &\longrightarrow \hat{\bar{L}} e^{2ig\hat{\Lambda}} e^{-2ig\hat{\Lambda}} e^{2g\hat{V}} e^{2ig\hat{\Lambda}} e^{g'\hat{V}'} e^{-2ig\hat{\Lambda}} \hat{L} \\ &= \hat{\bar{L}} e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} \hat{L} . \end{aligned} \quad (120)$$

A invariância dos termos cinéticos de  $\hat{R}$ ,  $\hat{H}_1$  or  $\hat{H}_2$  são mostradas da mesma maneira.

Já a invariância do termo cinético dos bósons de gauge é mostrado da seguinte maneira

$$\begin{aligned} W^{\alpha a} W_{\alpha}^a &= Tr(W^{\alpha} W_{\alpha}) \longrightarrow Tr\left(e^{-2ig\hat{\Lambda}} W^{\alpha} e^{2ig\hat{\Lambda}} e^{-2ig\hat{\Lambda}} W_{\alpha} e^{2ig\hat{\Lambda}}\right) \\ &= Tr(W^{\alpha} W_{\alpha}) \\ &= W^{\alpha a} W_{\alpha}^a . \end{aligned} \quad (121)$$

Onde utilizamos a propriedade cíclica do traço. A invariância de  $W'^{\alpha} W'_{\alpha}$  é trivial pois  $W'_{\alpha}$  é um singleto sobre este grupo.

Para demonstrarmos a invariância do superpotencial  $W$ , nós começaremos por  $W_H$ ,

$$\begin{aligned}
W_H &= \mu \varepsilon^{ij} \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j \longrightarrow \mu \varepsilon^{ij} \left[ e^{-2ig\hat{\Lambda}} \hat{H}_1 \right]^i \left[ e^{-2ig\hat{\Lambda}} \hat{H}_2 \right]^j \quad i, j = 1, 2 \\
&= \mu \varepsilon^{ij} \mathcal{U}^{ik} \mathcal{U}^{jl} \hat{H}_1^k \hat{H}_2^l, \quad \mathcal{U} = e^{-2ig\hat{\Lambda}}.
\end{aligned} \tag{122}$$

Para que  $W_H$  seja invariante devemos ter

$$\varepsilon^{kl} = \varepsilon^{ij} \mathcal{U}^{ik} \mathcal{U}^{jl}. \tag{123}$$

Esta relação na verdade é válida como iremos mostrar agora. A matriz  $\mathcal{U} = e^{-2ig\hat{\Lambda}}$  é obviamente uma matriz  $2 \times 2$ , e seu determinante é

$$\det \mathcal{U} = e^{-2ig \text{Tr}(\hat{\Lambda})} = 1, \tag{124}$$

como  $\text{Tr}(\hat{\Lambda}) \equiv \text{Tr}(T^a \hat{\Lambda}^a) = 0$ . Portanto  $\mathcal{U}$  é uma matriz de  $SU(2)$ . Logo  $\mathcal{U}$ , como qualquer matriz de  $SU(2)$ , pode ser escrita como

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ -\hat{\bar{B}} & \hat{\bar{A}} \end{pmatrix}, \tag{125}$$

com

$$\hat{\bar{A}}\hat{A} + \hat{\bar{B}}\hat{B} = 1. \tag{126}$$

Onde  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são funcionais dos supercampos quirais  $\hat{\Lambda}^a$ . Sua dependência nestes supercampos não tem nenhuma importância para o que faremos a seguir, por isto não iremos nos preocupar com esta dependência.

Portanto

$$\begin{aligned}
\varepsilon^{ij} \mathcal{U}^{ik} \mathcal{U}^{jl} &= [\mathcal{U}^T \varepsilon \mathcal{U}]^{kl} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & \hat{\bar{A}}\hat{A} + \hat{\bar{B}}\hat{B} \\ -(\hat{\bar{A}}\hat{A} + \hat{\bar{B}}\hat{B}) & 0 \end{pmatrix}^{kl} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{kl} \\
&= \varepsilon^{kl},
\end{aligned} \tag{127}$$

e  $W_H$  é invariante de gauge sobre  $SU(2)$ .

A invariância de  $W_Y$  é mostrada de maneira análoga pois  $\hat{H}_1$  e  $\hat{L}$  são ambos dubletos sob  $SU(2)$ , enquanto que  $\hat{R}$  é um singlete sob este grupo. Assim o superpotencial  $W = W_H + W_Y$  é invariante sob  $SU(2)$ .

Assim a lagrangiana total  $\mathcal{L}_{MSSM}$  é invariante sob  $SU(2)$  como deveria de ser.

### B. A Invariância $U(1)$ .

Muitas das invariâncias mostradas acima são facilmente generalizadas para  $U(1)$  com as substituições  $2g \rightarrow g'$ ,  $T^a \hat{\Lambda}^a \rightarrow Y \hat{\Lambda}' = \hat{\Lambda}'$ .

A única invariância que é necessária checar novamente, é a que contém dois ou mais supercampos quirais. Tais termos aparecem apenas no superpotencial  $W$ , e a invariância é provada da seguinte maneira

$$\begin{aligned} W_H = \mu \varepsilon^{ij} \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j &\longrightarrow \mu \varepsilon^{ij} e^{-ig'(Y_{H_1} + Y_{H_2})\hat{\Lambda}'} \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j \\ &= W_H , \end{aligned} \tag{128}$$

e

$$\begin{aligned} W_Y = f \varepsilon^{ij} \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{R} &\longrightarrow f \varepsilon^{ij} e^{-ig'(Y_{H_1} + Y_L + Y_R)\hat{\Lambda}'} \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{R} \\ &= W_Y , \end{aligned} \tag{129}$$

pois  $Y_{H_1} + Y_{H_2} = 0$  e  $Y_{H_1} + Y_L + Y_R = 0$  de acordo com a Tab. I. Portanto nossa teoria também é invariante por  $U(1)$ .

Isto completa a prova de toda a invariância da teoria pelo grupo  $SU(2) \otimes U(1)$ .

## XIII. EXPANSÃO EM COMPONENTES

Aqui nesta seção vamos abrir em componentes todos os supercampos e a nossa lagrangiana.

A notação utilizada em todo este estudo é chapéu ( $\hat{\phantom{x}}$ ) para indicar supercampos enquanto til ( $\tilde{\phantom{x}}$ ) representa o parceiro supersimétrico das partículas do **SM**. Os sub-índices L and R nos campos fermiônicos, significa campo de mão esquerda e direita respectivamente. Quando estes sub-índices aparecem em um campo bosônico, por exemplo em  $\tilde{L}_L$ , ele apenas indica um campo particular e não tem nada haver com campo de mão esquerda ou direita.

### A. Supercampos.

Na seção anterior, nós arranjamos um dos supercampos para estar na representação dubleto( $\hat{L}$ ) de  $SU(2)$  e o outro em um singlete ( $\hat{R}$ ). Estes supercampos quirais têm a seguinte expansão em componentes <sup>8</sup>

$$\begin{aligned}\hat{L}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \begin{pmatrix} \hat{\nu}_l(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{l}(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix}_L \\ &= \tilde{L}(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m \tilde{L}(x) + \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial^m \partial_m \tilde{L}(x) \\ &\quad + \sqrt{2} \theta L(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\sigma}^m \partial_m L(x) + \theta \theta F_L(x) ,\end{aligned}\tag{130}$$

$$\begin{aligned}\hat{R}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \hat{l}_R(x) \\ &= \tilde{R}(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m \tilde{R}(x) + \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial^m \partial_m \tilde{R}(x) \\ &\quad + \sqrt{2} \theta R(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\sigma}^m \partial_m R(x) + \theta \theta F_R(x) .\end{aligned}\tag{131}$$

para os quarks teremos

$$\begin{aligned}\hat{Q}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \begin{pmatrix} \hat{u}(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{d}(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix}_L \\ &= \tilde{Q}(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m \tilde{Q}(x) + \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial^m \partial_m \tilde{Q}(x) \\ &\quad + \sqrt{2} \theta Q(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\sigma}^m \partial_m Q(x) + \theta \theta F_Q(x) ,\end{aligned}\tag{132}$$

$$\hat{U}(x, \theta, \bar{\theta}) = \hat{u}_R(x)$$

---

<sup>8</sup>Usamos til ( $\tilde{\phantom{x}}$ ) para indicar os parceiros supersimétricos das partículas usuais do SM.

$$\begin{aligned}
&= \tilde{U}(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m \tilde{U}(x) + \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial^m \partial_m \tilde{U}(x) \\
&\quad + \sqrt{2} \theta U(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\sigma}^m \partial_m U(x) + \theta \theta F_U(x)
\end{aligned} \tag{133}$$

$$\begin{aligned}
\hat{D}(x, \theta, \bar{\theta}) &= \hat{d}_R(x) \\
&= \tilde{D}(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m \tilde{D}(x) + \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial^m \partial_m \tilde{D}(x) \\
&\quad + \sqrt{2} \theta D(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\sigma}^m \partial_m D(x) + \theta \theta F_D(x) .
\end{aligned} \tag{134}$$

Nome do Campo	Símbolo	Spin	Carga
Léptons	$L^1$	1/2	0
	$L^2$	1/2	-1
	$R$	1/2	1
Sléptons	$\tilde{L}^1$	0	0
	$\tilde{L}^2$	0	-1
	$\tilde{R}$	0	1
Quarks	$Q^1$	1/2	2/3
	$Q^2$	1/2	-1/3
	$U$	1/2	-2/3
	$D$	1/2	1/3
SQarks	$\tilde{Q}^1$	1/2	2/3
	$\tilde{Q}^2$	1/2	-1/3
	$\tilde{U}$	1/2	-2/3
	$\tilde{D}$	1/2	1/3
Bósons de Higgs	$H_1^1$	0	0
	$H_2^1$	0	-1
	$H_1^2$	0	1
	$H_2^2$	0	0
Higgsinos	$\psi_{H_1}^1$	1/2	0

	$\psi_{H_1}^2$	$1/2$	$-1$
	$\psi_{H_2}^1$	$1/2$	$1$
	$\psi_{H_2}^2$	$1/2$	$0$
Bósons de Gauge	$V_m^i$	$1$	$-$
	$V_m$	$1$	$-$
Gauginos	$\lambda_A^i$	$1/2$	$-$
	$\lambda_B$	$1/2$	$-$

TABLE III. Um resumo de todos os campos do **SM** e seus superparceiros no **MSSM**. Os números quânticos dos vários campos também estão listados. Todos os campos fermiônicos estão dados em termos de espinores de Weyl de duas componentes.

As componentes dos campos estão definidas por

$$\tilde{L}(x) = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}(x) \\ \tilde{e}_L(x) \end{pmatrix} \quad L(x) = \begin{pmatrix} \nu(x) \\ e(x) \end{pmatrix}_L \quad F_L(x) = \begin{pmatrix} f_L^\nu(x) \\ f_L^l(x) \end{pmatrix} , \quad (135)$$

e<sup>9</sup>

$$\tilde{R}(x) = \tilde{e}_R^*(x) \quad R(x) = \bar{e}_R(x) \quad F_R(x) = f_R^l(x) . \quad (136)$$

já para os quarks

$$\tilde{Q}(x) = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L(x) \\ \tilde{d}_L(x) \end{pmatrix} \quad Q(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \end{pmatrix}_L \quad F_Q(x) = \begin{pmatrix} f_L^u(x) \\ f_L^d(x) \end{pmatrix} , \quad (137)$$

e

$$\tilde{U}(x) = \tilde{u}_R^*(x) \quad U(x) = \bar{u}_R(x) \quad F_U(x) = f_R^u(x) . \quad (138)$$

e

$$\tilde{D}(x) = \tilde{d}_R^*(x) \quad D(x) = \bar{d}_R(x) \quad F_D(x) = f_R^d(x) . \quad (139)$$

Nome do Campo	Símbolo	Spin	Carga
Campo Auxiliar do Lépton	$f_L^\nu$	0	0
	$f_L^l$	0	-1
	$f_R^l$	0	1
Campo Auxiliar do Quark	$f_L^u$	0	2/3
	$f_L^d$	0	-1/3

---

<sup>9</sup>A relação  $\tilde{\tilde{R}}$  e  $\tilde{\tilde{L}}$  criam sléptons de carga oposta.



Campo Auxiliar do Higgs	$f_R^u$	0	$-2/3$
	$f_R^d$	0	$1/3$
	$f_1^1$	0	0
	$f_1^2$	0	$-1$
	$f_2^1$	0	1
Campo Auxiliar de Gauge	$f_2^2$	0	0
	$D^i$	1	$-$
	$D$	1	$-$

TABLE IV. Os campos auxiliares deste modelo e seus números quânticos.

Para os dois dubletos dos Higgs temos

$$\begin{aligned}
\hat{H}_1(x, \theta, \bar{\theta}) &= \begin{pmatrix} \hat{H}_1^1(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{H}_1^2(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix} \\
&= H_1(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m H_1(x) + \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial^m \partial_m H_1(x) \\
&\quad + \sqrt{2} \theta \tilde{H}_1(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\sigma}^m \partial_m \tilde{H}_1(x) + \theta \theta F_1(x) ,
\end{aligned} \tag{140}$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_2(x, \theta, \bar{\theta}) &= \begin{pmatrix} \hat{H}_2^1(x, \theta, \bar{\theta}) \\ \hat{H}_2^2(x, \theta, \bar{\theta}) \end{pmatrix} \\
&= H_2(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m H_2(x) + \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial^m \partial_m H_2(x) \\
&\quad + \sqrt{2} \theta \tilde{H}_2(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\sigma}^m \partial_m \tilde{H}_2(x) + \theta \theta F_2(x) ,
\end{aligned} \tag{141}$$

onde as componentes são

$$H_1(x) = \begin{pmatrix} H_1^0(x) \\ H_1^-(x) \end{pmatrix} \quad \tilde{H}_1(x) = \begin{pmatrix} \psi_{H_1}^1(x) \\ \psi_{H_1}^2(x) \end{pmatrix} \quad F_1(x) = \begin{pmatrix} f_1^1(x) \\ f_1^2(x) \end{pmatrix} , \tag{142}$$

e de maneira semelhante para o segundo dubleto

$$H_2(x) = \begin{pmatrix} H_2^+(x) \\ H_2^0(x) \end{pmatrix} \quad \tilde{H}_2(x) = \begin{pmatrix} \psi_{H_2}^1(x) \\ \psi_{H_2}^2(x) \end{pmatrix} \quad F_2(x) = \begin{pmatrix} f_2^1(x) \\ f_2^2(x) \end{pmatrix} . \tag{143}$$

Repare que *todos* os campos  $F$  são campos auxiliares, que depois serão removidos usando as equações de movimento.

Por questão de conveniência, nós iremos trabalhar no gauge de Wess-Zumino. Neste gauge a expansão em componentes dos supercampos de gauge de SU(3), SU(2) e U(1)  $\hat{V}_c = \mathbf{T}^a \hat{V}_c^a$ ,  $\hat{V} = \mathbf{T}^i \hat{V}^i$  com  $\mathbf{T}^a = \lambda^a/2$ ,  $\mathbf{T}^i = \sigma^i/2$  e  $\hat{V}' = \mathbf{Y} \hat{v}$ , são escritas da seguinte maneira

$$\hat{V}_c^a(x, \theta, \bar{\theta}) = -\theta \sigma^m \bar{\theta} G_m^a(x) + i \theta \theta \bar{\theta} \bar{g}^a(x) - i \bar{\theta} \bar{\theta} \theta \tilde{g}^a(x) + \frac{1}{2} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} D^a(x) , \quad (144)$$

e

$$\hat{V}^i(x, \theta, \bar{\theta}) = -\theta \sigma^m \bar{\theta} V_m^i(x) + i \theta \theta \bar{\theta} \bar{\lambda}_A^i(x) - i \bar{\theta} \bar{\theta} \theta \lambda_A^i(x) + \frac{1}{2} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} D^i(x) , \quad (145)$$

e

$$\hat{v}(x, \theta, \bar{\theta}) = -\theta \sigma^m \bar{\theta} V_m(x) + i \theta \theta \bar{\theta} \bar{\lambda}_B(x) - i \bar{\theta} \bar{\theta} \theta \lambda_B(x) + \frac{1}{2} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} D(x) , \quad (146)$$

Onde  $\lambda_A^i(x)$  e  $\lambda_B(x)$  são os campos dos gauginos, que são espinores de Weyl de duas componentes. Eles são os parceiros supersimétricos dos bósons de gauge, e os campos  $D$  também são campos auxiliares, como os campos F.

## B. Definições dos Estados Físicos.

As definições de nossos estados físicos em termos dos estados de interação são

$$\begin{aligned} A_m(x) &= \cos \theta_W V_m(x) + \sin \theta_W V_m^3(x) , \\ Z_m(x) &= -\sin \theta_W V_m(x) + \cos \theta_W V_m^3(x) , \\ W_m^\pm(x) &= \frac{V_m^1(x) \mp i V_m^2(x)}{\sqrt{2}} , \end{aligned} \quad (147)$$

e os correspondentes estados para os gauginos spin-1/2 são introduzidos de maneira análoga

$$\begin{aligned} \lambda_\gamma(x) &= \cos \theta_W \lambda_B(x) + \sin \theta_W \lambda_A^3(x) , \\ \lambda_Z(x) &= -\sin \theta_W \lambda_B(x) + \cos \theta_W \lambda_A^3(x) , \\ \lambda^\pm(x) &= \frac{\lambda_A^1(x) \mp i \lambda_A^2(x)}{\sqrt{2}} . \end{aligned} \quad (148)$$

O ângulo de mistura  $\theta_W$  e os acoplamentos de gauge estão relacionados da mesma maneira como no modelo padrão, ou seja, pelas seguintes relações

$$\begin{aligned}
\sin \theta_W &= \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\
\cos \theta_W &= \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\
e &= g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W .
\end{aligned} \tag{149}$$

Definiremos o o estado do fotino ( $\tilde{A}$ ), do Zino ( $\tilde{Z}$ ) e dos dois Higgsinos neutros ( $\tilde{H}_1^n, \tilde{H}_2^n$ ) em termos dos espinores de Weyl de duas componentes definidos acima por

$$\tilde{A}(x) = \begin{pmatrix} -i\lambda_\gamma(x) \\ i\bar{\lambda}_\gamma(x) \end{pmatrix} , \tag{150}$$

$$\tilde{Z}(x) = \begin{pmatrix} -i\lambda_Z(x) \\ i\bar{\lambda}_Z(x) \end{pmatrix} , \tag{151}$$

$$\tilde{H}_1^n = \begin{pmatrix} \psi_{H_1}^1 \\ \bar{\psi}_{H_1}^1 \end{pmatrix} , \tag{152}$$

$$\tilde{H}_2^n = \begin{pmatrix} \psi_{H_2}^2 \\ \bar{\psi}_{H_2}^2 \end{pmatrix} . \tag{153}$$

Repare que todos os espinores dos bósons neutros são do tipo de Majorana.

Para os espinores de Dirac, temos os Winos ( $\tilde{W}$ ) e os Higgsinos carregados ( $\tilde{H}$ ) e os seus respectivos conjugados de carga são definidos de uma maneira análoga

$$\tilde{W}(x) = \begin{pmatrix} -i\lambda^+(x) \\ i\bar{\lambda}^-(x) \end{pmatrix} , \tag{154}$$

$$\tilde{H}(x) = \begin{pmatrix} \psi_{H_2}^1 \\ \bar{\psi}_{H_1}^2 \end{pmatrix} , \tag{155}$$

$$\tilde{W}^c(x) = \begin{pmatrix} -i\lambda^-(x) \\ i\bar{\lambda}^+(x) \end{pmatrix} , \tag{156}$$

$$\tilde{H}^c(x) = \begin{pmatrix} \psi_{H_1}^2 \\ \bar{\psi}_{H_2}^1 \end{pmatrix} . \tag{157}$$

Aqui nos bósons carregados, os dois últimos espinores são espinores conjugado de carga como nas Eqs.(13) e (15).

Os espinores de quatro componentes dos léptons carregados também são espinores de Dirac, e têm a seguinte forma

$$\Psi(e) = \begin{pmatrix} e_L(x) \\ e_R(x) \end{pmatrix} , \quad (158)$$

já para o neutrino

$$\Psi(\nu) = \begin{pmatrix} \nu_L(x) \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (159)$$

Introduzindo os seguintes operadores

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^\pm &= \mathbf{T}^1 \pm i\mathbf{T}^2 , \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{T}^3 + \frac{\mathbf{Y}}{2} \end{aligned} \quad (160)$$

onde o operador  $\mathbf{Q}$  é o operador carga, com autovalores em unidades da carga elementar  $e$ . Já  $T^i = \frac{\sigma^i}{2}$  conforme já havíamos definido antes.

### C. O Termo $\bar{\Phi} \exp[2(g\frac{\sigma^i}{2}\hat{V}^i + \frac{g'}{2}Y\hat{v})]\Phi$ .

A expansão deste termo em componentes é a seguinte

$$\begin{aligned} e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} &= \left(1 + 2gT^i\hat{V}^i + 2g^2T^iT^j\hat{V}^i\hat{V}^j\right) \\ &\quad \times \left(1 + g'Y\hat{v}' + \frac{1}{2}g'^2Y^2\hat{v}'^2\right) \\ &= 1 + g'Y\hat{v}' + 2gT^i\hat{V}^i + \frac{g'^2}{2}Y^2\hat{v}'^2 + 2g^2T^iT^j\hat{V}^i\hat{V}^j \\ &\quad + 2gg'YT^i\hat{V}^i\hat{v} , \end{aligned} \quad (161)$$

usamos o fato que  $V^n = 0$  para  $n \geq 3$  no gauge de Wess-Zumino analogamente ao que foi feito na seção 6.2, a expansão em componentes deste termo, é a seguinte

$$\begin{aligned}
& \int d^4\theta \bar{\Phi} \exp[2(g\frac{\sigma^i}{2}\hat{V}^i + \frac{g'}{2}Y\hat{v})]\Phi \\
&= |\mathbf{F}|^2 - |\partial_m \mathbf{A}|^2 - i\psi\sigma^m\partial_m\bar{\psi} \\
&+ \frac{g}{2} \left[ (\bar{\psi}\bar{\sigma}^m\sigma^i\psi - i\mathbf{A}\sigma^i\partial_n\bar{\mathbf{A}} + i\bar{\mathbf{A}}\sigma^i\partial^m\mathbf{A})V_m^i \right. \\
&- i\sqrt{2}(\bar{\psi}\sigma^i\mathbf{A}\bar{\lambda}_A^i - \bar{\mathbf{A}}\sigma^i\psi\lambda_A^i) + \bar{\mathbf{A}}\sigma^i\mathbf{A}D^i \Big] \\
&+ \frac{g'}{2}Y \left[ (\bar{\psi}\bar{\sigma}^m\psi - iA\partial^m\bar{A} + i\bar{\mathbf{A}}\partial^m\mathbf{A})V_m \right. \\
&- i\sqrt{2}(\bar{\psi}\mathbf{A}\bar{\lambda}_B - \bar{\mathbf{A}}\psi\lambda_B) + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{A}D \Big] \\
&+ \frac{1}{4}[(g^2V_m^i\sigma^iV^{jm}\sigma^j + Y^2g'^2V^mV_m)\bar{\mathbf{A}}\mathbf{A} + 2Ygg'V_m^iV^m(\bar{\mathbf{A}}\sigma^i\mathbf{A})] ,
\end{aligned} \tag{162}$$

com  $i = 1, 2, 3$  e  $m = 0, 1, 2, 3$ .

### 1. Reescrevendo Termos de Interação Contendo Gauginos.

Antes de continuarmos a nossa discussão, um cálculo geral e útil será feito. Considere os seguintes termos da terceira e da quinta linha

$$\sqrt{2}i \bar{A} \left[ gT^i\lambda_A^i + \frac{1}{2}g'Y\lambda_B \right] \psi - \sqrt{2}i \bar{\psi} \left[ gT^i\bar{\lambda}_A^i + \frac{1}{2}g'Y\bar{\lambda}_B \right] A , \tag{163}$$

onde novamente  $T^i = \frac{\sigma^i}{2}$ .

O primeiro termo da Eq.(163), no parentese quadrado pode, em analogia com a derivada covariante, ser escrito usando os operadores da Eqs.(160) e (149) da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
& gT^i\lambda_A^i + \frac{1}{2}g'Y\lambda_B \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \left( T^+\lambda^+ + T^-\lambda^- \right) + eQ\lambda_\gamma + \frac{g}{\cos\theta_W} \left[ T_3 - Q\sin^2\theta_W \right] \lambda_Z ,
\end{aligned} \tag{164}$$

já para o segundo termo de maneira análoga teremos

$$\begin{aligned}
& gT^i\bar{\lambda}_A^i + \frac{1}{2}g'Y\bar{\lambda}_B \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \left( T^-\bar{\lambda}^+ + T^+\bar{\lambda}^- \right) + eQ\bar{\lambda}_\gamma + \frac{g}{\cos\theta_W} \left[ T_3 - Q\sin^2\theta_W \right] \bar{\lambda}_Z ,
\end{aligned} \tag{165}$$

Usando Eq.(164) e Eq.(165), obtemos para a Eq.(163)

$$\begin{aligned}
& \sqrt{2}i \bar{A} \left[ gT^i \lambda_A^i + \frac{1}{2}g'Y\lambda_B \right] \psi - \sqrt{2}i \bar{\psi} \left[ gT^i \bar{\lambda}_A^i + \frac{1}{2}g'Y\bar{\lambda}_B \right] A \\
& = ig \left( \bar{A}T^+ \psi \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \bar{\psi}T^- A \right) + ig \left( \bar{A}T^- \psi \lambda^- - \bar{\lambda}^- \bar{\psi}T^+ A \right) \\
& \quad + \sqrt{2}ie \left( \bar{A}Q\psi \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma \bar{\psi}QA \right) \\
& \quad + \frac{\sqrt{2}ig}{\cos \theta_W} \left( \bar{A} \left[ T_3 - Q \sin^2 \theta_W \right] \psi \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{\psi} \left[ T_3 - Q \sin^2 \theta_W \right] A \right) \\
& = ig \left( \bar{A}T^+ \psi \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \bar{\psi}T^- A \right) + ig \left( \bar{A}T^- \psi \lambda^- - \bar{\lambda}^- \bar{\psi}T^+ A \right) \\
& \quad + \sqrt{2}ieQ_i \left( \bar{A}\psi^i \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma \bar{\psi}^i A \right) \\
& \quad + \frac{\sqrt{2}ig}{\cos \theta_W} \left[ T_{3i} - Q_i \sin^2 \theta_W \right] \left( \bar{A}\psi^i \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{\psi}^i A \right) . \tag{166}
\end{aligned}$$

Sendo que  $T_{3i}$  e  $Q_i$  são os auto-valores de  $T_3$  e  $Q$  e  $i = 1, 2$ . respectivamente.

#### D. Termo dos Léptons.

Para os  $\hat{L}$  usando Eq.(162) e o fato que

$$\sigma_{ab}^i \sigma_{cd}^i = 2\delta_{ad}\delta_{bc} - \delta_{ab}\delta_{cd} , \tag{167}$$

acharemos

$$\begin{aligned}
& \int d^4\theta \hat{\bar{L}} \exp[2(g\frac{\sigma^i}{2}\hat{V}^i + \frac{g'}{2}Y_L\hat{v})]\hat{L} \\
& = |\mathbf{F}_L|^2 - |\partial_m \tilde{\mathbf{L}}|^2 - i\mathbf{L}\sigma^m \partial_m \bar{\mathbf{L}} \\
& \quad + \frac{g}{2} \left[ (\bar{L}\bar{\sigma}^m \sigma^i L - i\tilde{L}\sigma^i \partial^m \tilde{\bar{L}} + i\tilde{\bar{L}}\sigma^i \partial^m \tilde{L})V_m^i \right. \\
& \quad \left. - i\sqrt{2}(\bar{L}\sigma^i \tilde{\bar{L}}\bar{\lambda}_A^i - \tilde{\bar{L}}\sigma^i L\lambda_A^i) + \tilde{\bar{L}}\sigma^i \tilde{L}D^i \right] \\
& \quad + \frac{g'}{2}Y_L \left[ (\bar{L}\bar{\sigma}^m L - i\tilde{L}\partial^m \tilde{\bar{L}} + i\tilde{\bar{L}}\partial^m \tilde{L})V_m \right. \\
& \quad \left. - i\sqrt{2}(\bar{L}\tilde{\bar{L}}\bar{\lambda}_B - \tilde{\bar{L}}L\lambda_B) + \tilde{\bar{L}}\tilde{L}D \right] \\
& \quad + \frac{1}{4}[(g^2V_m^i V^{im} + Y_L^2 g'^2 V^m V_m)\tilde{\bar{L}}\tilde{L} + 2Y_L g g' V_m^i V^m (\tilde{\bar{L}}\sigma^i \tilde{L})] . \tag{168}
\end{aligned}$$

e para os  $\hat{R}$  de maneira análoga, encontraremos

$$\begin{aligned}
& \int d^4\theta \hat{\tilde{R}} \exp[2(\frac{g'}{2}Y_R\hat{v})]\hat{R} \\
& = |\mathbf{F}_R|^2 - |\partial_\mu \tilde{\mathbf{R}}|^2 - i\mathbf{R}\sigma^m\partial_m\tilde{\mathbf{R}} \\
& + \frac{g'}{2}Y_R \left[ (\bar{R}\bar{\sigma}^m R - i\tilde{R}\partial^m\tilde{R} + i\tilde{R}\partial^m\tilde{R})V_m \right. \\
& \left. - i\sqrt{2}(\bar{R}\tilde{R}\bar{\lambda}_B - \tilde{R}R\lambda_B) + \tilde{R}\tilde{R}D \right] \\
& + \frac{1}{4}[Y_R^2 g'^2 V^m V_m \tilde{R}\tilde{R}] .
\end{aligned} \tag{169}$$

### E. Termos dos Higgs.

Para os  $\hat{H}_1$  obteremos

$$\begin{aligned}
& \int d^4\theta \hat{\tilde{H}}_1 \exp[2(g\frac{\sigma^i}{2}\hat{V}^i + \frac{g'}{2}Y_{H_1}\hat{v})]\hat{H}_1 \\
& = |\mathbf{F}_1|^2 - |\partial_m \mathbf{H}_1|^2 - i\tilde{\mathbf{H}}_1\sigma^m\partial_m\tilde{\mathbf{H}}_1 \\
& + \frac{g}{2} \left[ (\tilde{H}_1\bar{\sigma}^m\sigma^i\tilde{H}_1 - iH_1\sigma^i\partial^m\bar{H}_1 + i\bar{H}_1\sigma^i\partial^m H_1)V_m^i \right. \\
& \left. - i\sqrt{2}(\tilde{H}_1\sigma^i H_1\bar{\lambda}_A^i - \bar{H}_1\sigma^i\tilde{H}_1\lambda_A^i) + \bar{H}_1\sigma^i H_1 D^i \right] \\
& + \frac{g'}{2}Y_{H_1} \left[ (\tilde{H}_1\bar{\sigma}^m\tilde{H}_1 - iH_1\partial^m\bar{H}_1 + i\bar{H}_1\partial^m H_1)V_m \right. \\
& \left. - i\sqrt{2}(\tilde{H}_1 H_1\bar{\lambda}_B - \bar{H}_1\tilde{H}_1\lambda_B) + \bar{H}_1 H_1 D \right] \\
& + \frac{1}{4}[(g^2 V_m^i V^{im} + Y_{H_1}^2 g'^2 V^m V_m)\bar{H}_1 H_1 + 2Y_{H_1} g g' V_m^i V^m (\bar{H}_1\sigma^i H_1)] ,
\end{aligned} \tag{170}$$

já para os  $\hat{H}_2$  teremos

$$\begin{aligned}
& \int d^4\theta \hat{\tilde{H}}_2 \exp[2(g\frac{\sigma^i}{2}\hat{V}^i + \frac{g'}{2}Y_{H_2}\hat{v})]\hat{H}_2 \\
& = |\mathbf{F}_2|^2 - |\partial_m \mathbf{H}_2|^2 - i\tilde{\mathbf{H}}_2\sigma^m\partial_m\tilde{\mathbf{H}}_2 \\
& + \frac{g}{2} \left[ (\tilde{H}_2\bar{\sigma}^m\sigma^i\tilde{H}_2 - iH_2\sigma^i\partial^m\bar{H}_2 + i\bar{H}_2\sigma^i\partial^m H_2)V_m^i \right. \\
& \left. - i\sqrt{2}(\tilde{H}_2\sigma^i H_2\bar{\lambda}_A^i - \bar{H}_2\sigma^i\tilde{H}_2\lambda_A^i) + \bar{H}_2\sigma^i H_2 D^i \right] \\
& + \frac{g'}{2}Y_{H_2} \left[ (\tilde{H}_2\bar{\sigma}^m\tilde{H}_2 - iH_2\partial^m\bar{H}_2 + i\bar{H}_2\partial^m H_2)V_m \right. \\
& \left. - i\sqrt{2}(\tilde{H}_2 H_2\bar{\lambda}_B - \bar{H}_2\tilde{H}_2\lambda_B) + \bar{H}_2 H_2 D \right]
\end{aligned}$$



$$+ \frac{1}{4} [(g^2 V_m^i V^{im} + Y_{H_2}^2 g'^2 V^m V_m) \bar{H}_2 H_2 + 2Y_{H_2} g g' V_m^i V^m (\bar{H}_2 \sigma^i H_2)] . \quad (171)$$

#### XIV. AS COMPONENTES DO SUPERPOTENCIAL.

A expansão em componentes de  $W$ , de acordo com a Eq.(111), é a seguinte

$$\begin{aligned} \int d^4\theta W &= \int d^4\theta \left\{ \mu \varepsilon_{ij} \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j + f \varepsilon_{ij} \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{R} + h.c. \right\} \\ &= \mu \varepsilon_{ij} \left[ H_1^i F_2^j + F_1^i H_2^j - \tilde{H}_1^i \tilde{H}_2^j \right] \\ &\quad + f \varepsilon_{ij} \left[ F_1^i \tilde{L}^j \tilde{R} + H_1^i F_L^j \tilde{R} + H_1^i \tilde{L}^j F_R \right. \\ &\quad \left. - \tilde{H}_1^i L^j \tilde{R} - H_1^i L^j R - R \tilde{H}_1^i \tilde{L}^j \right] + h.c. \\ &= \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_{uH} + \mathcal{L}_{H1} + \mathcal{L}_{\tilde{u}\tilde{H}} . \end{aligned} \quad (172)$$

Onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{uH} &= -f \varepsilon_{ij} (H_1^i L^j R + \bar{H}_1 \bar{L}^j \bar{R}) , \\ \mathcal{L}_{\tilde{u}\tilde{H}} &= -f \varepsilon_{ij} (\tilde{H}_1^i L^j \tilde{R} + R \tilde{H}_1^i \tilde{L}^j + \tilde{\bar{H}}_1 \bar{L}^j \tilde{\bar{R}} + \tilde{\bar{R}} \tilde{\bar{H}}_1^i \tilde{\bar{L}}^j) , \\ \mathcal{L}_{H1} &= -\mu \varepsilon_{ij} \left[ \tilde{H}_1^i \tilde{H}_2^j + \tilde{\bar{H}}_1^i \tilde{\bar{H}}_2^j \right] , \end{aligned} \quad (173)$$

a parte dos termos  $F$  analisaremos mais adiante.

Usando Eqs.(135), (136) e (142) encontraremos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{uH} &= -f \varepsilon_{ij} (H_1^i L^j R + h.c.) \\ &= -f (e_L e_R^* H_1^0 + e_L^* e_R \bar{H}_1^0 - \nu_L e_R^* H_1^- - \nu_L^* e_R \bar{H}_1^-) , \end{aligned} \quad (174)$$

usando Eqs.(158) e (159) podemos escrever a equação acima em termos dos espinores de quatro componentes da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{uH} = f \bar{\Psi}(e) L \Psi(e) H_1^0 + f \bar{\Psi}(e) R \Psi(e) \bar{H}_1^0 - f \bar{\Psi}(e) R \Psi(\nu) H_1^- - f \bar{\Psi}(\nu) L \Psi(e) \bar{H}_1^- . \quad (175)$$

De maneira análoga poderemos escrever  $\mathcal{L}_{\tilde{u}H}$  da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{u}H} &= -f\epsilon_{ij} \left( \tilde{H}_1^i L^j \tilde{R} + \tilde{H}_1^i \tilde{L}^j R + h.c. \right) \\
&= -f \left( \tilde{H}_1^1 L^2 \tilde{R} - \tilde{H}_1^2 L^1 \tilde{R} + \tilde{H}_1^1 \tilde{L}^2 R - \tilde{H}_1^2 \tilde{L}^1 R + h.c. \right) \\
&= -f \left[ (\psi_{H_1}^1 e_L - \psi_{H_1}^2 \nu) \tilde{e}_R^* + (\bar{\psi}_{H_1}^1 e_L^* - \bar{\psi}_{H_1}^2 \nu^*) \tilde{e}_R + \psi_{H_1}^1 e_R^* \tilde{e}_L - \psi_{H_1}^2 e_R^* \tilde{\nu} \right. \\
&\quad \left. + \bar{\psi}_{H_1}^1 e_R \tilde{e}_L^* - \bar{\psi}_{H_1}^2 e_R \tilde{\nu}^* \right] \\
&= f \left[ \tilde{H}_1^n R \Psi(e) \tilde{e}_R^* - \tilde{H} R \Psi(\nu) \tilde{e}_R^* + \bar{\Psi}(e) L \tilde{H}_1^n \tilde{e}_R - \bar{\Psi}(\nu) L \tilde{H} \tilde{e}_R \right. \\
&\quad \left. + \bar{\Psi}(e) R \tilde{H}_1^n \tilde{e}_L - \bar{\Psi}(e) R \tilde{H}^c \tilde{\nu} + \tilde{H}_1^n L \Psi(e) \tilde{e}_L^* - \tilde{H}^c L \Psi(e) \tilde{\nu}^* \right] . \tag{176}
\end{aligned}$$

Analisando a parte contendo os dois Higgs, acharemos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{H1} &= -\mu \epsilon^{ij} \left[ \tilde{H}_1^i \tilde{H}_2^j + \tilde{\bar{H}}_1^i \tilde{\bar{H}}_2^j \right] \\
&= -\mu \left[ \tilde{H}_1^1 \tilde{H}_2^2 - \tilde{H}_1^2 \tilde{H}_2^1 + \tilde{\bar{H}}_1^1 \tilde{\bar{H}}_2^2 - \tilde{\bar{H}}_1^2 \tilde{\bar{H}}_2^1 \right] \\
&= \mu \left[ \psi_{H_1}^2 \psi_{H_2}^1 + \bar{\psi}_{H_1}^2 \bar{\psi}_{H_2}^1 - \psi_{H_1}^1 \psi_{H_2}^2 - \bar{\psi}_{H_1}^1 \bar{\psi}_{H_2}^2 \right] \\
&= \mu \tilde{H} \tilde{H} - \frac{\mu}{2} \tilde{H}_1^n \tilde{H}_2^n - \frac{\mu}{2} \tilde{\bar{H}}_1^n \tilde{\bar{H}}_2^n , \tag{177}
\end{aligned}$$

## XV. EXPANSÃO EM COMPONENTES DE $\mathcal{L}_{GMT}$ .

Nesta parte vamos abrir em componentes  $\mathcal{L}_{GMT}$ , da Eq.(115), e usando as definições dos estados físicos Eq.(148) e os espinores de quatro componentes Eq.(155) podemos escrever

$$\begin{aligned}
&-\frac{1}{2}M \left( \lambda_A^1 \lambda_A^1 + \bar{\lambda}_A^1 \bar{\lambda}_A^1 \right) - \frac{1}{2}M \left( \lambda_A^2 \lambda_A^2 + \bar{\lambda}_A^2 \bar{\lambda}_A^2 \right) \\
&= -M \left( \lambda^- \lambda^+ + \bar{\lambda}^- \bar{\lambda}^+ \right) \\
&= M_{\tilde{W}} \tilde{W} \tilde{W} , \tag{178}
\end{aligned}$$

onde  $M_{\tilde{W}} \equiv M$ . Semelhantemente para as outras componentes e usando as Eqs.(148), (150) e (151) para os termos que faltam teremos

$$\begin{aligned}
&-\frac{1}{2}M \left( \lambda_A^3 \lambda_A^3 + \bar{\lambda}_A^3 \bar{\lambda}_A^3 \right) - \frac{1}{2}M' \left( \lambda_B \lambda_B + \bar{\lambda}_B \bar{\lambda}_B \right) \\
&= -\frac{1}{2} \left( M \sin^2 \theta_W + M' \cos^2 \theta_W \right) \left( \lambda_\gamma \lambda_\gamma + \bar{\lambda}_\gamma \bar{\lambda}_\gamma \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} \left( M \cos^2 \theta_W + M' \sin^2 \theta_W \right) \left( \lambda_Z \lambda_Z + \bar{\lambda}_Z \bar{\lambda}_Z \right) \\
& -\frac{1}{2} (M - M') \sin 2\theta_W \left( \lambda_\gamma \lambda_Z + \bar{\lambda}_\gamma \bar{\lambda}_Z \right) \\
& = \frac{1}{2} \left( M \sin^2 \theta_W + M' \cos^2 \theta_W \right) \bar{\tilde{A}} \tilde{A} + \frac{1}{2} \left( M \cos^2 \theta_W + M' \sin^2 \theta_W \right) \bar{\tilde{Z}} \tilde{Z} \\
& + \frac{1}{2} (M - M') \sin 2\theta_W \bar{\tilde{A}} \tilde{Z} \\
& = \frac{1}{2} M_{\tilde{A}} \bar{\tilde{A}} \tilde{A} + \frac{1}{2} M_{\tilde{Z}} \bar{\tilde{Z}} \tilde{Z} + \frac{1}{2} (M_{\tilde{Z}} - M_{\tilde{A}}) \tan 2\theta_W \bar{\tilde{A}} \tilde{Z} ,
\end{aligned} \tag{179}$$

onde introduzimos a seguinte notação simplificadora

$$\begin{aligned}
M_{\tilde{A}} &= M' \cos^2 \theta_W + M \sin^2 \theta_W , \\
M_{\tilde{Z}} &= M' \sin^2 \theta_W + M \cos^2 \theta_W .
\end{aligned} \tag{180}$$

Assim  $\mathcal{L}_{GMT}$  tem a seguinte expansão em termos de componentes

$$\mathcal{L}_{GMT} = M_{\tilde{W}} \bar{\tilde{W}} \tilde{W} + \frac{1}{2} M_{\tilde{A}} \bar{\tilde{A}} \tilde{A} + \frac{1}{2} M_{\tilde{Z}} \bar{\tilde{Z}} \tilde{Z} + \frac{1}{2} (M_{\tilde{Z}} - M_{\tilde{A}}) \tan 2\theta_W \bar{\tilde{A}} \tilde{Z} . \tag{181}$$

## XVI. EXPANSÃO EM COMPONENTES DE $\mathcal{L}_{GAUGE}$ .

A parte cinética dos bósons de gauge, que é dada por  $\mathcal{L}_{Gauge}$ , contém termos provenientes do grupo SU(2) e U(1), e toma a seguinte forma, conforme visto na seção 6.3, em componentes

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Gauge} &= \frac{1}{4} \int d^4\theta \left[ W_{i\alpha} W_\alpha^i + W_\alpha W_\alpha \right] + h.c. \\
&= -i \bar{\lambda}_A^i \bar{\sigma}^m \left( \partial_m \lambda_A^i - g \varepsilon_{ijk} V_m^j \lambda^k \right) - i \bar{\lambda}_B \bar{\sigma}^m \partial_m \lambda_B \\
&\quad - \frac{1}{4} \left( V^{i\,mn} V_{mn}^i + V^{mn} V_{mn} \right) + \frac{1}{2} \left( D^i D^i + DD \right) + h.c. .
\end{aligned} \tag{182}$$

Desta lagrangeana obtemos a parte cinética do bóson de gauge, a terceira linha dada por

$$\mathcal{L}_{Vkin} = -\frac{1}{4} \left( V^{i\,mn} V_{mn}^i + V^{mn} V_{mn} \right) \tag{183}$$

que é a mesma do **SM**.

## A. Termo Cinético do Gaugino.

Da primeira linha da Eq.(182) a parte cinética do gaugino é dada por

$$\begin{aligned}
& -i\bar{\lambda}_A^i \bar{\sigma}^m D_m \lambda_A^i - i\bar{\lambda}_B \bar{\sigma}^m \partial_m \lambda_B \\
& = -i\bar{\lambda}_A^i \bar{\sigma}^m \partial_m \lambda_A^i - i\bar{\lambda}_B \bar{\sigma}^m \partial_m \lambda_B + ig \varepsilon_{ijk} \bar{\lambda}_A^i \bar{\sigma}^m V_m^j \lambda_A^i \\
& = \mathcal{L}_{\tilde{V}kin} + \mathcal{L}_{\tilde{V}\tilde{V}V} .
\end{aligned} \tag{184}$$

Podemos escrever  $\mathcal{L}_{\tilde{V}kin}$ , usando Eq.(148), da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{V}kin} & = -i\bar{\lambda}_A^i \bar{\sigma}^m \partial_m \lambda_A^i - i\bar{\lambda}_B \bar{\sigma}^m \partial_m \lambda_B \\
& = i\lambda_A^i \sigma^m \partial_m \bar{\lambda}_A^i + i\lambda_B \sigma^m \partial_m \bar{\lambda}_B \\
& = i(\lambda^+ \sigma^m \partial_m \bar{\lambda}^+ + \lambda^- \sigma^m \partial_m \bar{\lambda}^- + \lambda_Z \sigma^m \partial_m \bar{\lambda}_Z + \lambda_\gamma \sigma^m \partial_m \bar{\lambda}_\gamma) .
\end{aligned} \tag{185}$$

Para o último termo da Eq.(184) temos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{V}\tilde{V}V} & = ig \varepsilon_{ijk} \bar{\lambda}_A^i \bar{\sigma}^m V_m^j \lambda_A^i \\
& = ig(\bar{\lambda}_A^1 \bar{\sigma}^m V_m^2 - \bar{\lambda}_A^2 \bar{\sigma}^m V_m^1) \lambda_A^3 + ig(\bar{\lambda}_A^2 \bar{\sigma}^m \lambda_A^1 - \bar{\lambda}_A^1 \bar{\sigma}^m \lambda_A^2) V_m^3 \\
& \quad + ig \bar{\lambda}_A^3 \bar{\sigma}^m (\lambda_A^2 V_m^1 - \lambda_A^1 V_m^2) .
\end{aligned} \tag{186}$$

Vamos analisar cada termo da Eq.(186) em separado. Os resultados em termos dos campos físicos, usando as Eqs.(147) e (148), são

$$\begin{aligned}
i(\lambda_A^1 V_m^2 - \lambda_A^2 V_m^1) & = \lambda^+ W_m^- - \lambda^- W_m^+ \\
i(\bar{\lambda}_A^1 V_m^2 - \bar{\lambda}_A^2 V_m^1) & = \bar{\lambda}^+ W_m^+ - \bar{\lambda}^- W_m^- \\
i(\bar{\lambda}_A^1 \lambda_A^2 - \bar{\lambda}_A^2 \lambda_A^1) & = \bar{\lambda}^- \lambda^- - \bar{\lambda}^+ \lambda^+ .
\end{aligned} \tag{187}$$

Com isto podemos escrever nossa lagrangiana da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{V}\tilde{V}V} &= g(\bar{\lambda}^+ W_m^+ - \bar{\lambda}^- W_m^-) \bar{\sigma}^m (\lambda_\gamma \sin \theta_W + \lambda_Z \cos \theta_W) \\
&\quad - g(\bar{\lambda}^- \lambda^- - \bar{\lambda}^+ \lambda^+) \bar{\sigma}^m (A_m \sin \theta_W + Z_m \cos \theta_W) \\
&\quad - g(\bar{\lambda}_\gamma \sin \theta_W + \bar{\lambda}_Z \cos \theta_W) \bar{\sigma}^m (\lambda^+ W_m^- - \lambda^- W_m^+) \\
&= g \cos \theta_W \left[ (\bar{\lambda}_Z \bar{\sigma}^m \lambda^- - \bar{\lambda}^+ \bar{\sigma}^m \lambda_Z) W_m^+ - (\bar{\lambda}_Z \bar{\sigma}^m \lambda^+ + \bar{\lambda}^- \bar{\sigma}^m \lambda_Z) W_m^- \right. \\
&\quad \left. - (\bar{\lambda}^+ \bar{\sigma}^m \lambda^+ - \bar{\lambda}^- \bar{\sigma}^m \lambda^-) Z_m \right] \\
&\quad + e \left[ (\bar{\lambda}_A \bar{\sigma}^m \lambda^- - \bar{\lambda}^+ \bar{\sigma}^m \lambda_A) W_m^+ + (\bar{\lambda}_A \bar{\sigma}^m \lambda^+ - \bar{\lambda}^- \bar{\sigma}^m \lambda_A) W_m^- \right. \\
&\quad \left. - (\bar{\lambda}^+ \bar{\sigma}^m \lambda^+ - \bar{\lambda}^- \bar{\sigma}^m \lambda^-) A_m \right] , \tag{188}
\end{aligned}$$

que colocando na notação de quatro componentes Eqs.(150), (151) e (155), obteremos finalmente

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{V}\tilde{V}V} &= -e(\tilde{\bar{A}}\gamma^m \tilde{W} W_m^- - \tilde{\bar{W}}\gamma^m \tilde{A} W_m^+ - \tilde{\bar{W}}\gamma^m \tilde{W} A_m) \\
&\quad - g \cos \theta_W (\tilde{\bar{Z}}\gamma^m \tilde{W} W_m^- - \tilde{\bar{W}}\gamma^m \tilde{Z} W_m^+ - \tilde{\bar{W}}\gamma^m \tilde{W} Z_m) . \tag{189}
\end{aligned}$$

## XVII. INTERAÇÃO LÉPTON LÉPTON BÓSON DE GAUGE

Estas interações resultam dos seguintes termos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{lV} &\ni \int d^4\theta \left\{ \hat{\bar{L}} \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_L \hat{v} \right) \right] \hat{L} + \hat{\bar{R}} \exp \left[ 2 \left( \frac{g'}{2} Y_R \hat{v} \right) \right] \hat{R} \right\} \\
&= \frac{g}{2} (\bar{L} \bar{\sigma}^m \sigma^i L) V_m^i + \frac{g'}{2} Y_L \bar{L} \bar{\sigma}^m L V_m + \frac{g'}{2} Y_R \bar{R} \bar{\sigma}^m R V_m \\
&= \mathcal{L}_{lV}^{carregada} + \mathcal{L}_{lV}^{neutra} . \tag{190}
\end{aligned}$$

A parte carregada é escrita usando Eq.(147) da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{lV}^{carregada} &= \frac{g}{2} [\bar{L} \bar{\sigma}^m (\sigma^1 V_m^1 + \sigma^2 V_m^2) L] \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{L} \bar{\sigma}^m \begin{pmatrix} O & W_m^+ \\ W_m^- & 0 \end{pmatrix} L . \tag{191}
\end{aligned}$$

Abrindo em componentes Eq.(130) teremos

$$\mathcal{L}_{\ell V}^{carregada} = \frac{g}{\sqrt{2}}(\nu^* \bar{\sigma}^m e_L W_m^+ + e_L^* \bar{\sigma}^m \nu W_m^-) , \quad (192)$$

usando os espinores de quatro componentes Eqs.(158) e (159), a lagrangiana acima pode ser escrita da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{\ell V}^{carregada} = \frac{-g}{\sqrt{2}}(\bar{\Psi}(\nu)\gamma^m R\Psi(e)W_m^+ + \bar{\Psi}(e)\gamma^m R\Psi(\nu)W_m^-) . \quad (193)$$

Agora vamos analisar a parte neutra analogamente ao que foi feito na parte carregada obteremos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\ell V}^{neutra} &= \frac{g}{2} [\bar{L}(\bar{\sigma}^m \sigma^3 V_m^3)L] + \frac{g'}{2} Y_L \bar{L} \bar{\sigma}^m L V_m + \frac{g'}{2} Y_R \bar{R} \bar{\sigma}^m R V_m \\ &= e Q_e \bar{L} \bar{\sigma}^m L A_m + e Q_e \bar{R} \bar{\sigma}^m R A_m \\ &+ \frac{g}{\cos \theta_W} \left( T^3 \cos^2 \theta_W - \frac{Y_L}{2} \sin^2 \theta_W \right) \bar{L} \bar{\sigma}^m L Z_m \\ &- \frac{g}{\cos \theta_W} Q_e \sin^2 \theta_W \bar{R} \bar{\sigma}^m R Z_m \\ &= -e Q_e \bar{\Psi}(e) \gamma^m \Psi(e) A_m - \frac{g}{\cos \theta_W} T_\nu^3 \bar{\Psi}(\nu) \gamma^m \Psi(\nu) Z_m \\ &- \frac{g}{\cos \theta_W} [(T_e^3 - Q_e \sin^2 \theta_W) \bar{\Psi}(e) \gamma^m R\Psi(e) + Q_e \sin^2 \theta_W \bar{\Psi}(e) \gamma^m L\Psi(e)] Z_m . \end{aligned} \quad (194)$$

Dessa maneira obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\ell V} &= \frac{-g}{\sqrt{2}}(\bar{\Psi}(\nu)\gamma^m R\Psi(e)W_m^+ + \bar{\Psi}(e)\gamma^m R\Psi(\nu)W_m^-) \\ &- e Q_e \bar{\Psi}(e) \gamma^m \Psi(e) A_m - \frac{g}{\cos \theta_W} T_\nu^3 \bar{\Psi}(\nu) \gamma^m \Psi(\nu) Z_m \\ &- \frac{g}{\cos \theta_W} [(T_e^3 - Q_e \sin^2 \theta_W) \bar{\Psi}(e) \gamma^m R\Psi(e) + Q_e \sin^2 \theta_W \bar{\Psi}(e) \gamma^m L\Psi(e)] Z_m . \end{aligned} \quad (195)$$

## XVIII. INTERAÇÃO HIGGSINO HIGGSINO BÓSON VETORIAL

A interação entre estas partículas vem do seguinte termo

$$\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V} \ni \int d^4\theta \left\{ \hat{\tilde{H}}_1 \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_{H_1} \hat{v} \right) \right] \hat{H}_1 + \hat{\tilde{H}}_2 \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_{H_2} \hat{v} \right) \right] \hat{H}_2 \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{g}{2} \tilde{H}_1 \bar{\sigma}^m \sigma^i \tilde{H}_1 V_m^i + \frac{g'}{2} Y_{H_1} \tilde{H}_1 \bar{\sigma}^m \tilde{H}_1 V_m \\
&+ \frac{g}{2} \tilde{H}_2 \bar{\sigma}^m \sigma^i \tilde{H}_2 V_m^i + \frac{g'}{2} Y_{H_2} \tilde{H}_2 \bar{\sigma}^m \tilde{H}_2 V_m \\
&= \mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^1 + \mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^2 .
\end{aligned} \tag{196}$$

Vamos analisar primeiro o termo com  $\tilde{H}_1$  e usando Eqs.(147) e (149), teremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^1 &= \frac{g}{2} \tilde{H}_1 \bar{\sigma}^m \sigma^i \tilde{H}_1 V_m^i + \frac{g'}{2} Y_{H_1} \tilde{H}_1 \bar{\sigma}^m \tilde{H}_1 V_m \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H}_1 \bar{\sigma}^m \begin{pmatrix} O & W_m^+ \\ W_m^- & 0 \end{pmatrix} \tilde{H}_1 + e Q_{H_1} \tilde{H}_1 \bar{\sigma}^m \tilde{H}_1 A_m \\
&- \frac{g}{\cos \theta_W} (Q_{H_1} \sin \theta_W - T^3) \bar{\sigma}^m \tilde{H}_1 Z_m ,
\end{aligned} \tag{197}$$

que abrindo em componentes com Eq.(142) pode ser colocada da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^1 &= \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{\psi}_{H_1}^1 \bar{\sigma}^m \psi_{H_1}^1 Z_m - e \bar{\psi}_{H_1}^2 \bar{\sigma}^m \psi_{H_1}^2 A_m \\
&+ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{H_1}^1 \bar{\sigma}^m \psi_{H_1}^2 W_m^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{H_1}^2 \bar{\sigma}^m \psi_{H_1}^1 W_m^- \\
&- \frac{g}{2 \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \bar{\psi}_{H_1}^2 \bar{\sigma}^m \psi_{H_1}^2 Z_m ,
\end{aligned} \tag{198}$$

usando os espinores de quatro componentes, Eqs.(152) e (156) teremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^1 &= -\frac{g}{4 \cos \theta_W} \tilde{H}_1^n \gamma^m \gamma_5 \tilde{H}_1^n Z_m - e \tilde{H} \gamma^m L \tilde{H} A_m \\
&+ \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H} \gamma^m L \tilde{H}_1^n W_m^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H}_1^n \gamma^m L \tilde{H} W_m^- \\
&+ \frac{g}{2 \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \tilde{H} \gamma^m L \tilde{H} Z_m .
\end{aligned} \tag{199}$$

Já para o termo com  $\tilde{H}_2$  de maneira análoga ao feito acima obteremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^2 &= \frac{g}{2} \tilde{H}_2 \bar{\sigma}^m \sigma^i \tilde{H}_2 V_m^i + \frac{g'}{2} Y_{H_2} \tilde{H}_2 \bar{\sigma}^m \tilde{H}_2 V_m \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H}_2 \bar{\sigma}^m \begin{pmatrix} O & W_m^+ \\ W_m^- & 0 \end{pmatrix} \tilde{H}_2 + e Q_{H_2} \tilde{H}_2 \bar{\sigma}^m \tilde{H}_2 A_m \\
&- \frac{g}{\cos \theta_W} (Q_{H_2} \sin \theta_W - T^3) \bar{\sigma}^m \tilde{H}_2 Z_m ,
\end{aligned} \tag{200}$$

que em componentes, Eq.(143), torna-se

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^2 &= \frac{-g}{2 \cos \theta_W} \bar{\psi}_{H_2}^2 \bar{\sigma}^m \psi_{H_2}^2 Z_m + e \bar{\psi}_{H_2}^1 \bar{\sigma}^m \psi_{H_2}^1 A_m \\
&+ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{H_2}^1 \bar{\sigma}^m \psi_{H_2}^2 W_m^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_{H_2}^2 \bar{\sigma}^m \psi_{H_2}^1 W_m^- \\
&+ \frac{g}{2 \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \bar{\psi}_{H_2}^1 \bar{\sigma}^m \psi_{H_2}^1 Z_m ,
\end{aligned} \tag{201}$$

podemos escrever a lagrangiana acima em termos de espinores de quatro componentes Eqs.(153) e (156) da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V}^2 &= \frac{g}{4 \cos \theta_W} \tilde{H}_2^n \gamma^m \gamma_5 \tilde{H}_2^n Z_m - e \tilde{H} \gamma^m R \tilde{H} A_m \\
&- \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H} \gamma^m R \tilde{H}_2^n W_m^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H}_2^n \gamma^m R \tilde{H} W_m^- \\
&- \frac{g}{2 \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \tilde{H} \gamma^m R \tilde{H} Z_m .
\end{aligned} \tag{202}$$

Juntando os dois termos obteremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{H}V} &= -\frac{g}{4 \cos \theta_W} \tilde{H}_1^n \gamma^m \gamma_5 \tilde{H}_1^n Z_m - e \tilde{H} \gamma^m L \tilde{H} A_m \\
&+ \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H} \gamma^m L \tilde{H}_1^n W_m^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H}_1^n \gamma^m L \tilde{H} W_m^- \\
&+ \frac{g}{2 \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \tilde{H} \gamma^m L \tilde{H} Z_m \\
&+ \frac{g}{4 \cos \theta_W} \tilde{H}_2^n \gamma^m \gamma_5 \tilde{H}_2^n Z_m - e \tilde{H} \gamma^m R \tilde{H} A_m \\
&- \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H} \gamma^m R \tilde{H}_2^n W_m^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \tilde{H}_2^n \gamma^m R \tilde{H} W_m^- \\
&- \frac{g}{2 \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \tilde{H} \gamma^m R \tilde{H} Z_m .
\end{aligned} \tag{203}$$

## XIX. INTERAÇÃO SLÉPTON LÉPTON GAUGINO.

A interação  $\tilde{l}\tilde{V}$  vem de dois termos, que escreveremos da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
L_{\tilde{l}\tilde{V}} &\ni \int d^4\theta \left\{ \hat{\tilde{L}} \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_L \hat{v} \right) \right] \hat{\tilde{L}} + \hat{\tilde{R}} \exp \left[ 2 \left( \frac{g'}{2} Y_R \hat{v} \right) \right] \hat{\tilde{R}} \right\} \\
&= L_{\tilde{l}\tilde{V}}^1 + L_{\tilde{l}\tilde{V}}^2
\end{aligned} \tag{204}$$

O primeiro termo é dado por



$$\begin{aligned}
L_{\tilde{l}\tilde{\nu}}^1 &= \sqrt{2}i \tilde{\bar{L}} \left( gT^i \lambda_A^i + \frac{Y_L}{2} g' \lambda_B \right) L - \sqrt{2}i \bar{L} \left( gT^i \bar{\lambda}_A^i + \frac{Y_L}{2} g' \bar{\lambda}_B \right) \tilde{L} \\
&= ig \left( \tilde{\bar{L}} T^+ L \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \bar{L} T^- \tilde{L} \right) + ig \left( \tilde{\bar{L}} T^- L \lambda^- - \bar{\lambda}^- \bar{L} T^+ \tilde{L} \right) \\
&\quad + \sqrt{2}ieQ_i \left( \tilde{\bar{L}}^i L^i \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma \bar{L}^i \tilde{L}^i \right) \\
&\quad + \frac{\sqrt{2}ig}{\cos \theta_W} \left( T_i^3 - Q_i \sin^2 \theta_W \right) \left( \tilde{\bar{L}}^i L^i \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{L}^i \tilde{L}^i \right) \\
&= ig(\tilde{\nu}^* e_L \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ e_L^* \tilde{\nu}) + ig(\tilde{e}_L^* \nu \lambda^- - \bar{\lambda}^- \nu^* \tilde{e}_L) \\
&\quad - i\sqrt{2}e(\tilde{e}_L^* e_L \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma e_L^* \tilde{e}_L) \\
&\quad + \frac{ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\tilde{\nu}^* \nu \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \nu^* \tilde{\nu}) \\
&\quad - \frac{ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) (\tilde{e}_L^* e_L \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z e_L^* \tilde{e}_L) \\
&= g(\tilde{\bar{W}}^c R \Psi(e) \tilde{\nu}^* + \bar{\Psi}(e) L \tilde{W}^c \tilde{\nu}) + g(\tilde{\bar{W}} R \Psi(\nu) \tilde{e}_L^* + \bar{\Psi}(\nu) L \tilde{W} \tilde{e}_L) \\
&\quad - \sqrt{2}e(\tilde{\bar{A}} R \Psi(e) \tilde{e}_L^* + \bar{\Psi}(e) L \tilde{A} \tilde{e}_L) \\
&\quad + \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\tilde{\bar{Z}} R \Psi(\nu) \tilde{\nu}^* + \bar{\Psi}(\nu) L \tilde{Z} \tilde{\nu}) \\
&\quad - \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) (\tilde{\bar{Z}} R \Psi(e) \tilde{e}_L^* - \bar{\Psi}(e) L \tilde{Z} \tilde{e}_L) . \tag{205}
\end{aligned}$$

O termo correspondente ao lépton de mão direita é escrito da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
L_{\tilde{l}\tilde{\nu}}^2 &= \sqrt{2}i \tilde{\bar{R}} \left( g' \frac{Y_R}{2} \lambda_B \right) R - \sqrt{2}i \bar{R} \left( g' \frac{Y_R}{2} \bar{\lambda}_B \right) \tilde{R} \\
&= \sqrt{2}ig' \tilde{\bar{R}} (\lambda_\gamma \cos \theta_W - \lambda_Z \sin \theta_W) R \\
&\quad - \sqrt{2}ig' \bar{R} (\bar{\lambda}_\gamma \cos \theta_W - \bar{\lambda}_Z \sin \theta_W) \tilde{R} \\
&= ig' \sqrt{2} (e_R^* \lambda_\gamma \tilde{e}_R \cos \theta_W - e_R^* \lambda_Z \tilde{e}_R \sin \theta_W) - ig' \sqrt{2} (e_R \bar{\lambda}_\gamma \tilde{e}_R^* \cos \theta_W - e_R \bar{\lambda}_Z \tilde{e}_R^* \sin \theta_W) \\
&= \sqrt{2}e(\bar{\Psi}(e) R \tilde{A} \tilde{e}_R + \tilde{\bar{A}} L \Psi(e) \tilde{e}_R^*) \\
&\quad - g \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} (\bar{\Psi}(e) R \tilde{Z} \tilde{e}_R + \tilde{\bar{Z}} L \Psi(e) \tilde{e}_R^*) . \tag{206}
\end{aligned}$$

Logo a interação slépton lépton gaugino é dada por

$$\begin{aligned}
L_{\tilde{l}\tilde{\nu}} &= g(\tilde{\bar{W}}^c R \Psi(e) \tilde{\nu}^* + \bar{\Psi}(e) L \tilde{W}^c \tilde{\nu}) + g(\tilde{\bar{W}} R \Psi(\nu) \tilde{e}_L^* + \bar{\Psi}(\nu) L \tilde{W} \tilde{e}_L) \\
&\quad - \sqrt{2}e(\tilde{\bar{A}} R \Psi(e) \tilde{e}_L^* + \bar{\Psi}(e) L \tilde{A} \tilde{e}_L)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\tilde{\bar{Z}} R \Psi(\nu) \tilde{\nu}^* + \tilde{\bar{\Psi}}(\nu) L \tilde{Z} \tilde{\nu}) \\
& - \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) (\tilde{\bar{Z}} R \Psi(e) \tilde{e}_L^* - \tilde{\bar{\Psi}}(e) L \tilde{Z} \tilde{e}_L) \\
& + \sqrt{2} e (\tilde{\bar{\Psi}}(e) R \tilde{A} \tilde{e}_R + \tilde{\bar{A}} L \Psi(e) \tilde{e}_R^*) \\
& - g \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} (\tilde{\bar{\Psi}}(e) R \tilde{Z} \tilde{e}_R + \tilde{\bar{Z}} L \Psi(e) \tilde{e}_R^*) .
\end{aligned} \tag{207}$$

## XX. INTERAÇÃO SLÉPTON SLÉPTON BÓSON DE GAUGE

Neste caso as interações são as seguintes

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{l}\tilde{l}V} & \ni \int d^4\theta \left\{ \hat{\tilde{L}} \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_L \hat{v} \right) \right] \hat{\tilde{L}} + \hat{\tilde{R}} \exp \left[ 2 \left( \frac{g'}{2} Y_R \hat{v} \right) \right] \hat{\tilde{R}} \right\} \\
& = \frac{ig}{2} \tilde{\bar{L}} \sigma^i \partial^m \tilde{L} V_m^i - \frac{ig}{2} \tilde{\bar{L}} \sigma^i \partial^m \tilde{L} V_m^i - \frac{ig'}{2} Y_L \tilde{\bar{L}} \partial^m \tilde{L} V_m \\
& + \frac{ig'}{2} Y_L \tilde{\bar{L}} \partial^m \tilde{L} V_m + \frac{ig'}{2} Y_R \tilde{\bar{R}} \partial^m \tilde{R} V_m - \frac{ig'}{2} Y_R \tilde{\bar{R}} \partial^m \tilde{R} V_m \\
& = \mathcal{L}_{\tilde{l}\tilde{l}V}^{carregada} + \mathcal{L}_{\tilde{l}\tilde{l}V}^{neutra} .
\end{aligned} \tag{208}$$

Primeiro vamos analisar a parte carregada que pode ser escrita da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{l}\tilde{l}V}^{carregada} & = \frac{ig}{2} \left[ \tilde{\bar{L}} (\sigma^1 V_m^1 + \sigma^2 V_m^2) \partial^m \tilde{L} - \tilde{\bar{L}} (\sigma^1 V_m^1 + \sigma^2 V_m^2) \partial^m \tilde{L} \right] \\
& = \frac{ig}{\sqrt{2}} \tilde{\bar{L}} \begin{pmatrix} O & W_m^+ \\ W_m^- & 0 \end{pmatrix} \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{L} \\
& = \frac{ig}{\sqrt{2}} (\tilde{\nu}^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_L W_m^+ + \tilde{e}_L^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{\nu} W_m^-) ,
\end{aligned} \tag{209}$$

com o seguinte operador da teoria quântica de campos

$$\bar{\Phi} \overset{\leftrightarrow}{\partial} \Phi = \bar{\Phi} \partial \Phi - \Phi \partial \bar{\Phi} . \tag{210}$$

Com relação a parte neutra encontraremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{l}\tilde{l}V}^{neutra} & = \frac{ig}{2} \left[ \tilde{\bar{L}} \sigma^3 V_m^3 \partial^m \tilde{L} - \tilde{\bar{L}} \sigma^3 V_m^3 \partial^m \tilde{L} \right] + \frac{ig'}{2} Y_L \tilde{\bar{L}} \partial^m \tilde{L} V_m - \frac{ig'}{2} Y_L \tilde{\bar{L}} \partial^m \tilde{L} V_m \\
& + \frac{ig'}{2} Y_R \tilde{\bar{R}} \partial^m \tilde{R} V_m - \frac{ig'}{2} Y_R \tilde{\bar{R}} \partial^m \tilde{R} V_m
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= ieQ_e(\tilde{e}_L^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_L + \tilde{e}_R^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_R)A_m + \frac{ig}{\cos \theta_W}[(T_e^3 - Q_e \sin^2 \theta_W)\tilde{e}_L^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_L \\
&- Q_e \sin^2 \theta_W \tilde{e}_R^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_R]Z_m .
\end{aligned}
\tag{211}$$

Portanto a interação completa é a seguinte

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\bar{l}lV} &= \frac{ig}{\sqrt{2}}(\tilde{\nu}^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_L W_m^+ + \tilde{e}_L^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{\nu} W_m^-) \\
&+ ieQ_e(\tilde{e}_L^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_L + \tilde{e}_R^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_R)A_m + \frac{ig}{\cos \theta_W}[(T_e^3 - Q_e \sin^2 \theta_W)\tilde{e}_L^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_L \\
&- Q_e \sin^2 \theta_W \tilde{e}_R^* \overset{\leftrightarrow m}{\partial} \tilde{e}_R]Z_m .
\end{aligned}
\tag{212}$$

## XXI. INTERAÇÃO BÓSON DE GAUGE BÓSON HIGGS BÓSONS HIGGS

A lagrangiana de interação envolvendo estas partículas é a seguinte

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{VHH} &\ni \int d^4\theta \left\{ \hat{\bar{H}}_1 \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_{H_1} \hat{v} \right) \right] \hat{H}_1 + \hat{\bar{H}}_2 \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_{H_2} \hat{v} \right) \right] \hat{H}_2 \right\} \\
&= \frac{-ig}{2} H_1 \sigma^i \partial^m \bar{H}_1 V_m^i + \frac{ig}{2} \bar{H}_1 \sigma^i \partial^m H_1 V_m^i \\
&- \frac{ig'}{2} Y_{H_1} H_1 \partial^m \bar{H}_1 V_m + \frac{ig'}{2} Y_{H_1} \bar{H}_1 \partial^m H_1 V_m \\
&- \frac{ig}{2} H_2 \sigma^i \partial^m \bar{H}_2 V_m^i + \frac{ig}{2} \bar{H}_2 \sigma^i \partial^m H_2 V_m^i \\
&- \frac{ig'}{2} Y_{H_2} H_2 \partial^m \bar{H}_2 V_m + \frac{ig'}{2} Y_{H_2} \bar{H}_2 \partial^m H_2 V_m \\
&= \mathcal{L}_{VHH}^{carregada} + \mathcal{L}_{VHH}^{neutra} .
\end{aligned}
\tag{213}$$

Podemos escrever a parte carregada da seguinte maneira

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{VHH}^{carregada} &= \frac{-ig}{2} [H_1(\sigma^1 V_m^1 + \sigma^2 V_m^2) \partial^m \bar{H}_1] + \frac{ig}{2} [\bar{H}_1(\sigma^1 V_m^1 + \sigma^2 V_m^2) \partial^m H_1] \\
&- \frac{ig}{2} [H_2(\sigma^1 V_m^1 + \sigma^2 V_m^2) \partial^m \bar{H}_2] + \frac{ig}{2} [\bar{H}_2(\sigma^1 V_m^1 + \sigma^2 V_m^2) \partial^m H_2] \\
&= \frac{ig}{\sqrt{2}} [\bar{H}_1 \overset{\leftrightarrow m}{\partial} H_1 + \bar{H}_2 \overset{\leftrightarrow m}{\partial} H_2] \begin{pmatrix} O & W_m^+ \\ W_m^- & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-ig}{\sqrt{2}} \left[ H_1^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^2 W_m^+ + H_1^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^1 W_m^- \right. \\
&\quad \left. + H_2^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^2 W_m^+ + H_2^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^1 W_m^- \right] .
\end{aligned} \tag{214}$$

Já para a parte neutra encontraremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{VHH}^{neutra} &= \frac{-ig}{2} H_1 \sigma^3 V_m^3 \partial^m \bar{H}_1 + \frac{ig}{2} \bar{H}_1 \sigma^3 V_m^3 \partial^m H_1 \\
&\quad - \frac{ig'}{2} Y_{H1} H_1 \partial^m \bar{H}_1 V_m + \frac{ig'}{2} Y_{H1} \bar{H}_1 \partial^m H_1 V_m \\
&\quad - \frac{ig}{2} H_2 \sigma^3 V_m^3 \partial^m \bar{H}_2 + \frac{ig}{2} \bar{H}_2 \sigma^3 V_m^3 \partial^m H_2 \\
&\quad - \frac{ig'}{2} Y_{H2} H_2 \partial^m \bar{H}_2 V_m + \frac{ig'}{2} Y_{H2} \bar{H}_2 \partial^m H_2 V_m \\
&= \frac{ig}{2} [\bar{H}_1 \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1 + \bar{H}_2 \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2] \sigma^3 V_m^3 \\
&\quad + \frac{ig'}{2} Y_{H1} \bar{H}_1 \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1 V_m + \frac{ig'}{2} Y_{H2} \bar{H}_2 \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2 V_m \\
&= -ie(H_1^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^2 - H_2^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^1) A_m \\
&\quad + \frac{ig}{2 \cos \theta_W} \left[ (H_2^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^2 - H_1^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^1) \right. \\
&\quad \left. + (2 \sin^2 \theta_W - 1)(H_1^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^2 - H_2^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^1) \right] Z_m .
\end{aligned} \tag{215}$$

Logo a lagrangiana completa de interação é

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{VHH} &= \frac{-ig}{\sqrt{2}} \left[ H_1^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^2 W_m^+ + H_1^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^1 W_m^- \right. \\
&\quad \left. + H_2^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^2 W_m^+ + H_2^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^1 W_m^- \right] \\
&\quad - ie(H_1^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^2 - H_2^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^1) A_m \\
&\quad + \frac{ig}{2 \cos \theta_W} \left[ (H_2^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^2 - H_1^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^1) \right. \\
&\quad \left. + (2 \sin^2 \theta_W - 1)(H_1^{2*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_1^2 - H_2^{1*} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^m H_2^1) \right] Z_m .
\end{aligned} \tag{216}$$

Onde  $\overset{\leftrightarrow}{\partial}$  está dada pela Eq.(210).

## XXII. INTERAÇÃO BÓSON HIGGS HIGGSINO GAUGINO

As interações deste setor provêm dos seguintes termos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{H\tilde{H}\tilde{V}} &\ni \int d^4\theta \left\{ \hat{H}_1 \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_{H_1} \hat{v} \right) \right] \hat{H}_1 + \hat{H}_2 \exp \left[ 2 \left( g \frac{\sigma^i}{2} \hat{V}^i + \frac{g'}{2} Y_{H_2} \hat{v} \right) \right] \hat{H}_2 \right\} \\
&= \frac{-ig}{\sqrt{2}} (\tilde{\bar{H}}_1 \sigma^i H_1 \bar{\lambda}_A^i - \bar{H}_1 \sigma^i \tilde{H}_1 \lambda_A^i) - \frac{ig'}{\sqrt{2}} Y_{H_1} (\tilde{\bar{H}}_1 H_1 \bar{\lambda}_B - \bar{H}_1 \tilde{H}_1 \lambda_B) \\
&\quad - \frac{ig}{\sqrt{2}} (\tilde{\bar{H}}_2 \sigma^i H_2 \bar{\lambda}_A^i - \bar{H}_2 \sigma^i \tilde{H}_2 \lambda_A^i) - \frac{ig'}{\sqrt{2}} Y_{H_2} (\tilde{\bar{H}}_2 H_2 \bar{\lambda}_B - \bar{H}_2 \tilde{H}_2 \lambda_B) \\
&= \mathcal{L}_{H\tilde{H}\tilde{V}}^{carregada} + \mathcal{L}_{H\tilde{H}\tilde{V}}^{neutra} .
\end{aligned} \tag{217}$$

Onde a parte carregada é a seguinte

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{H\tilde{H}\tilde{V}}^{carregada} &= \frac{-ig}{2} \left[ \tilde{\bar{H}}_1 (\sigma^1 \bar{\lambda}_A^1 + \sigma^2 \bar{\lambda}_A^2) H_1 - \bar{H}_1 (\sigma^1 \lambda_A^1 + \sigma^2 \lambda_A^2) \tilde{H}_1 \right] \\
&\quad - \frac{ig}{2} \left[ \tilde{\bar{H}}_2 (\sigma^1 \bar{\lambda}_A^1 + \sigma^2 \bar{\lambda}_A^2) H_2 - \bar{H}_2 (\sigma^1 \lambda_A^1 + \sigma^2 \lambda_A^2) \tilde{H}_2 \right] \\
&= g \left[ H_1^{1*} \lambda^+ \psi_{H_1}^2 + H_1^{2*} \lambda^- \psi_{H_1}^1 \right. \\
&\quad \left. + H_2^{2*} \lambda^- \psi_{H_2}^1 + H_2^{1*} \lambda^+ \psi_{H_2}^2 + h.c. \right] \\
&= ig \left[ H_1^{1*} \tilde{\bar{H}} R \tilde{W} + H_1^{2*} \tilde{\bar{W}} R \tilde{H}_1^n \right. \\
&\quad \left. + H_2^{2*} \tilde{\bar{W}} R \tilde{H} + H_2^{1*} \tilde{\bar{H}}_2^n R \tilde{W} + h.c. \right] .
\end{aligned} \tag{218}$$

Agora vamos analisar a parte neutra que é

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{H\tilde{H}\tilde{V}}^{neutra} &= \frac{-ig}{\sqrt{2}} (\tilde{\bar{H}}_1 \sigma^3 \bar{\lambda}_A^3 H_1 - \bar{H}_1 \sigma^3 \lambda_A^3 \tilde{H}_1) - \frac{ig}{\sqrt{2}} (\tilde{\bar{H}}_2 \sigma^3 \bar{\lambda}_A^3 H_2 - \bar{H}_2 \sigma^3 \lambda_A^3 \tilde{H}_2) \\
&\quad - \frac{ig'}{2} Y_{H_1} (\tilde{\bar{H}}_1 \bar{\lambda}_B H_1 - \bar{H}_1 \lambda_B \tilde{H}_1) - \frac{ig'}{2} Y_{H_2} (\tilde{\bar{H}}_2 \bar{\lambda}_B H_2 - \bar{H}_2 \lambda_B \tilde{H}_2) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e (H_2^{1*} \tilde{\bar{A}} R \tilde{H} - H_1^{2*} \tilde{\bar{H}} R \tilde{A}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{g}{2 \cos \theta_W} \left( H_1^{1*} \tilde{\bar{H}}_1^n R \tilde{Z} - H_2^{2*} \tilde{\bar{Z}} R \tilde{H}_2^n + (1 - 2 \sin^2 \theta_W) (H_2^{1*} \tilde{\bar{Z}} R \tilde{H} - H_1^{2*} \tilde{\bar{H}} R \tilde{Z}) + h.c. \right) \right] .
\end{aligned} \tag{219}$$

Ou seja obtemos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{H\tilde{H}\tilde{V}}^{neutra} &= g \left[ H_1^{1*} \tilde{\bar{H}} R \tilde{W} + H_1^{2*} \tilde{\bar{W}} R \tilde{H}_1^n \right. \\
&\quad \left. + H_2^{2*} \tilde{\bar{W}} R \tilde{H} + H_2^{1*} \tilde{\bar{H}}_2^n R \tilde{W} + h.c. \right] \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e (H_2^{1*} \tilde{\bar{A}} R \tilde{H} - H_1^{2*} \tilde{\bar{H}} R \tilde{A}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{g}{2 \cos \theta_W} \left( H_1^{1*} \tilde{\bar{H}}_1^n R \tilde{Z} - H_2^{2*} \tilde{\bar{Z}} R \tilde{H}_2^n + (1 - 2 \sin^2 \theta_W) (H_2^{1*} \tilde{\bar{Z}} R \tilde{H} - H_1^{2*} \tilde{\bar{H}} R \tilde{Z}) + h.c. \right) \right] .
\end{aligned} \tag{220}$$

### XXIII. OS CAMPOS AUXILIARES.

Nesta seção iremos mostrar como eliminar os campos auxiliares da Tab.IV. Se nós apanharmos todos os termos  $F$  e  $D$  das Eqs.(130), (131), (135), (136), (140), (141), (145), (146), (168),(169),(170), (171) e (172) teremos

$$\mathcal{L}_{Aux} = \mathcal{L}_{Aux-F} + \mathcal{L}_{Aux-D} , \quad (221)$$

com

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Aux-F} = & \bar{F}_L F_L + \bar{F}_R F_R + \bar{F}_1 F_1 + \bar{F}_2 F_2 \\ & + \mu \varepsilon_{ij} \left[ H_1^i F_2^j + \bar{H}_1^i \bar{F}_2^j + F_1^i H_2^j + \bar{F}_1^i \bar{H}_2^j \right] \\ & + f \varepsilon_{ij} \left[ F_1^i \tilde{L}^j \tilde{R} + \bar{F}_1^i \tilde{\tilde{L}}^j \tilde{\tilde{R}} + H_1^i F_L^j \tilde{R} + \bar{H}_1^i \bar{F}_L^j \tilde{\tilde{R}} \right. \\ & \left. + H_1^i \tilde{L}^j F_R + \bar{H}_1^i \tilde{\tilde{L}}^j F_{\tilde{R}} \right] , \end{aligned} \quad (222)$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Aux-D} = & \frac{1}{2} \left( D^i D^i + D D \right) \\ & + \tilde{L} \left( g T^i D^i - \frac{1}{2} g' D \right) \tilde{L} + \tilde{\tilde{R}} g' D \tilde{\tilde{R}} \\ & + \bar{H}_1 \left( g T^i D^i - \frac{1}{2} g' D \right) H_1 + \bar{H}_2 \left( g T^i D^i + \frac{1}{2} g' D \right) H_2 . \end{aligned} \quad (223)$$

Aplicando a equação simplificada vista na seção 6.1, obtemos as seguintes relações para os campos auxiliares

$$\begin{aligned} \bar{F}_L^j &= -f \varepsilon^{ij} H_1^i \tilde{R} , \\ \bar{F}_R &= -f \varepsilon^{ij} H_1^i \tilde{L}^j , \\ \bar{F}_1^i &= -\mu \varepsilon^{ij} H_2^j - f \varepsilon^{ij} \tilde{L}^j \tilde{\tilde{R}} , \\ \bar{F}_2^j &= -\mu \varepsilon^{ij} H_1^i , \end{aligned} \quad (224)$$

e

$$\begin{aligned}
D^i &= -g \left[ \tilde{\bar{L}} T^i \tilde{L} + \bar{H}_1 T^i H_1 + \bar{H}_2 T^i H_2 \right] , \\
D &= \frac{g'}{2} \tilde{\bar{L}} \tilde{L} - g' \tilde{\bar{R}} \tilde{R} + \frac{g'}{2} \bar{H}_1 H_1 - \frac{g'}{2} \bar{H}_2 H_2 .
\end{aligned} \tag{225}$$

### A. Eliminação do Campo Auxiliar $F$ .

Com as Eqs.(224) temos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Aux-F} &= \left( -f \varepsilon^{ij} H_1^i \tilde{R} \right) \left( -f \varepsilon^{kj} \bar{H}_1^k \tilde{\bar{R}} \right) + \left( -f \varepsilon^{ij} H_1^i \tilde{L}^j \right) \left( -f \varepsilon^{kl} \bar{H}_1^k \tilde{\bar{L}}^l \right) \\
&+ \left( -\mu \varepsilon^{ij} H_2^j - f \varepsilon^{ij} \tilde{L}^j \tilde{R} \right) \left( -\mu \varepsilon^{ik} \bar{H}_2^k - f \varepsilon^{ik} \tilde{\bar{L}}^k \tilde{\bar{R}} \right) \\
&+ \left( -\mu \varepsilon^{ij} H_1^i \right) \left( -\mu \varepsilon^{kj} \bar{H}_1^k \right) \\
&+ \mu \varepsilon^{ij} H_1^i \left( -\mu \varepsilon^{kj} \bar{H}_1^k \right) + \mu \varepsilon^{ij} \bar{H}_1^i \left( -\mu \varepsilon^{kj} H_1^k \right) \\
&+ \mu \varepsilon^{ij} \left( -\mu \varepsilon^{ik} \bar{H}_2^k - f \varepsilon^{ik} \tilde{\bar{L}}^k \tilde{\bar{R}} \right) H_2^j \\
&+ \mu \varepsilon^{ij} \left( -\mu \varepsilon^{ik} H_2^k - f \varepsilon^{ik} \tilde{L}^k \tilde{R} \right) \bar{H}_2^j \\
&+ f \varepsilon^{ij} \left( -\mu \varepsilon^{ik} \bar{H}_2^k - f \varepsilon^{ik} \tilde{\bar{L}}^k \tilde{\bar{R}} \right) \tilde{L}^j \tilde{R} \\
&+ f \varepsilon^{ij} \left( -\mu \varepsilon^{ik} H_2^k - f \varepsilon^{ik} \tilde{L}^k \tilde{R} \right) \tilde{\bar{L}}^j \tilde{\bar{R}} \\
&+ f \varepsilon^{ij} H_1^i \left( -f \varepsilon^{kj} \bar{H}_1^k \tilde{\bar{R}} \right) \tilde{R} + f \varepsilon^{ij} \bar{H}_1^i \left( -f \varepsilon^{kj} H_1^k \tilde{R} \right) \tilde{\bar{R}} \\
&+ f \varepsilon^{ij} H_1^i \tilde{L}^j \left( -f \varepsilon^{kl} \bar{H}_1^k \tilde{\bar{L}}^l \right) + f \varepsilon^{ij} \bar{H}_1^i \tilde{\bar{L}}^j \left( -f \varepsilon^{kl} H_1^k \tilde{L}^l \right) \\
&= -\mu^2 \bar{H}_1 H_1 - \mu^2 \bar{H}_2 H_2 - \mu f \left[ \bar{H}_2 \tilde{L} \tilde{R} + \tilde{\bar{L}} H_2 \tilde{\bar{R}} \right] \\
&- f^2 \left[ \tilde{\bar{L}} \tilde{L} \tilde{\bar{R}} \tilde{R} + \bar{H}_1 H_1 \left( \tilde{\bar{L}} \tilde{L} + \tilde{\bar{R}} \tilde{R} \right) - \bar{H}_1 \tilde{L} \left( \bar{H}_1 \tilde{L} \right)^\dagger \right] .
\end{aligned} \tag{226}$$

Na última passagem usamos as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
\varepsilon^{ij} \varepsilon^{kj} &= \delta^{ik} , \\
\varepsilon^{ij} \varepsilon^{kl} &= \delta^{ik} \delta^{jl} - \delta^{il} \delta^{jk} .
\end{aligned}$$

### B. Campos Auxiliares $D$ .

Vamos reescrever  $\mathcal{L}_{Aux-D}$ , introduzindo as seguintes abreviações temporárias

$$\begin{aligned}
A &= \tilde{\bar{L}} T^i \tilde{L} \ , \\
B &= \bar{H}_1 T^i H_1 \ , \\
C &= \bar{H}_2 T^i H_2 \ , \\
D &= \frac{Y_L}{2} \tilde{\bar{L}} \tilde{L} \ , \\
E &= \frac{Y_R}{2} \tilde{\bar{R}} \tilde{R} \ , \\
F &= \frac{Y_{H1}}{2} \bar{H}_1 H_1 \ , \\
G &= \frac{Y_{H2}}{2} \bar{H}_2 H_2 \ .
\end{aligned}$$

Onde índice de  $SU(2)$  “i” foi suprimido por conveniência.

Com estas abreviações Eqs.(225) adquirem a seguinte forma

$$\begin{aligned}
D^i &= -g [A + B + C] \ , \\
D &= g' [D + E + F + G] \ .
\end{aligned}$$

Para  $\mathcal{L}_{Aux-D}$  isto implica

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Aux-D} &= -\frac{g^2}{2} (A + B + C) (A + B + C) \\
&\quad - \frac{g'^2}{2} (D + E + F + G) (D + E + F + G) \ ,
\end{aligned}$$

ou em termos de nossos campos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Aux-D} &= -\frac{g^2}{2} \left( \tilde{\bar{L}} T^i \tilde{L} + H_1 T^i H_1 + \bar{H}_2 T^i H_2 \right) \left( \tilde{\bar{L}} T^i \tilde{L} + \bar{H}_1 T^i H_1 + \bar{H}_2 T^i H_2 \right) \\
&\quad - \frac{g'^2}{2} \left( \tilde{\bar{L}} \frac{Y_L}{2} \tilde{L} + \tilde{\bar{R}} \frac{Y_R}{2} \tilde{R} + \bar{H}_1 \frac{Y_{H1}}{2} H_1 + \bar{H}_2 \frac{Y_{H2}}{2} H_2 \right)^2 \ .
\end{aligned} \tag{227}$$

Lembrando que

$$\sigma_{ab}^i \sigma_{cd}^i = 2\delta_{ad}\delta_{bc} - \delta_{ab}\delta_{cd} \ , \tag{228}$$

podemos mostrar que

$$\left( \tilde{\bar{L}} T^i \tilde{L} + H_1 T^i H_1 + \bar{H}_2 T^i H_2 \right)^2 =$$



$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4} \left[ \tilde{\bar{L}}\tilde{L}\tilde{\bar{L}}\tilde{L} + 4\tilde{\bar{L}}H_1\bar{H}_1\tilde{L} - 2\tilde{\bar{L}}\tilde{L}\bar{H}_1H_1 \right. \\
& + 4\tilde{\bar{L}}H_2\bar{H}_2\tilde{L} - 2\tilde{\bar{L}}\tilde{L}\bar{H}_2H_2 \\
& \left. + (\bar{H}_1H_1 - \bar{H}_2H_2)^2 + 4|\bar{H}_2H_1|^2 \right] , \\
\left( \tilde{\bar{L}}\frac{Y_L}{2}\tilde{L} + \tilde{\bar{R}}\frac{Y_R}{2}\tilde{R} + \bar{H}_1\frac{Y_{H1}}{2}H_1 + \bar{H}_2\frac{Y_{H2}}{2}H_2 \right)^2 = \\
& \frac{1}{4} \left[ Y_L^2\tilde{\bar{L}}\tilde{L}\tilde{\bar{L}}\tilde{L} + Y_R^2\tilde{\bar{R}}\tilde{R}\tilde{\bar{R}}\tilde{R} \right. \\
& + Y_{H1}^2\bar{H}_1H_1\bar{H}_1H_1 + Y_{H2}^2\bar{H}_2H_2\bar{H}_2H_2 \\
& + 2(Y_LY_R\tilde{\bar{L}}\tilde{L}\tilde{\bar{R}}\tilde{R} + Y_LY_{H1}\tilde{\bar{L}}\tilde{L}\bar{H}_1H_1) \\
& + 2(Y_LY_{H2}\tilde{\bar{L}}\tilde{L}\bar{H}_2H_2 + Y_RY_{H1}\tilde{\bar{R}}\tilde{R}\bar{H}_1H_1) \\
& \left. + 2(Y_RY_{H2}\tilde{\bar{R}}\tilde{R}\bar{H}_2H_2 + Y_{H1}Y_{H2}\bar{H}_1H_1\bar{H}_2H_2) \right] .
\end{aligned} \tag{229}$$

#### XXIV. CONDIÇÃO DE QUEBRA.

A quebra de simetria de gauge está no **MSSM** diretamente relacionada a quebra de supersimetria. Agora iremos estudar sobre que circunstâncias ocorrem estas quebras.

Em teorias de supersimetria, temos dois tipos de potenciais o superpotencial e os potenciais escalares. O superpotencial já foi discutido anteriormente neste estudo, assim agora iremos estudar o potencial escalar, que tem sua analogia com o **SM** como mostraremos a seguir.

As contribuições ao potencial escalar do **MSSM**,  $V_{MSSM}$ , vem de três fontes, os termos  $F$  e  $D$  mais os termos soft. Dessa maneira escreveremos

$$V_{MSSM} = V_D + V_F + V_{Soft} , \tag{230}$$

onde

$$V_D = -\mathcal{L}_{Aux-D} ,$$

$$V_F = -\mathcal{L}_{Aux-F} ,$$

$$V_{Soft} = -\mathcal{L}_{SMT} \quad . \quad (231)$$

Agora iremos abandonar este potencial escalar geral, e iremos nos concentrar apenas no potencial de Higgs porque é este o potencial de interesse na discussão de quebra de simetria de gauge.

### A. Potencial Escalar de Higgs.

Assim, para o setor puro de Higgs da teoria, o potencial de Higgs  $V \equiv V_{Higgs}$  é escrito da seguinte maneira<sup>10</sup>

$$\begin{aligned} V = & \left( M_1^2 + \mu^2 \right) \bar{H}_1 H_1 + \left( M_2^2 + \mu^2 \right) \bar{H}_2 H_2 - M_{12}^2 \varepsilon_{ij} \left( H_1^i H_2^j + h.c. \right) \\ & + \frac{g^2}{2} \left( \bar{H}_1 T^i H_1 + \bar{H}_2 T^i H_2 \right) \left( \bar{H}_1 T^i H_1 + \bar{H}_2 T^i H_2 \right) \\ & + \frac{g'^2}{8} \left( \bar{H}_1 H_1 - \bar{H}_2 H_2 \right)^2 \quad . \end{aligned} \quad (232)$$

Este potencial pode ser escrito, usando a Eq.(229), da seguinte maneira

$$\begin{aligned} V = & m_1^2 \bar{H}_1 H_1 + m_2^2 \bar{H}_2 H_2 - M_{12}^2 \varepsilon_{ij} \left( H_1^i H_2^j + h.c. \right) \\ & + \frac{1}{8} \left( g^2 + g'^2 \right) \left( \bar{H}_1 H_1 - \bar{H}_2 H_2 \right)^2 + \frac{g^2}{2} \left| \bar{H}_1 H_2 \right|^2 \quad . \end{aligned} \quad (233)$$

Onde

$$\begin{aligned} m_1^2 &= M_1^2 + \mu^2 \quad , \\ m_2^2 &= M_2^2 + \mu^2 \quad . \end{aligned} \quad (234)$$

Sem perda de generalidade, podemos escolher as fases dos campos escalares dos Higgs de tal maneira que todos os parâmetros de massa  $m_i^2$  ( $i = 1, 2$ ) e  $M_{12}^2$  sejam reais e que os valores esperados dos vácuos (v.e.v.) dos campos dos Higgs sejam positivos. Como no **SM** o grupo de simetria de gauge  $SU(2) \otimes U(1)$  quebre para a seguinte simetria  $U(1)_{EM}$ .

---

<sup>10</sup>Este potencial é um caso especial do geral de dois dubletos de Higgs.

Isto significa que o eletromagnetismo não é quebrado e portanto as componentes carregadas dos dubletos de Higgs não podem adquirir (v.e.v.). Com base no escrito acima e usando Eq.(142) podemos escrever

$$\begin{aligned}\langle H_1 \rangle &= \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix} , \\ \langle H_2 \rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} ,\end{aligned}\tag{235}$$

e após esta quebra o potencial torna-se

$$V = m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 - 2M_{12}^2 v_1 v_2 + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) [v_1^2 - v_2^2]^2 .\tag{236}$$

Este termo é positivo, assim para que o potencial tenha um valor mínimo, na direção  $v_1 = v_2$ , temos que ter

$$\mathcal{B} \equiv m_1^2 + m_2^2 - 2M_{12}^2 \geq 0 .\tag{237}$$

Esta relação é conhecida como *condição de estabilidade*.

Do mecanismo de Higgs do **SM** é bem conhecido o fato que quando o Higgs adquire um ( $v.e.v$ ) diferente de zero, quebra a simetria  $SU(2) \otimes U(1)$  porque a origem é “instável”. Vamos reescrever Eq. (236) da seguinte maneira

$$V = \mathbf{v}^T \mathcal{M}^2 \mathbf{v} + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) [v_1^2 - v_2^2]^2 ,\tag{238}$$

com as seguintes identificações

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \begin{pmatrix} v_1 \\ -v_2 \end{pmatrix} , \\ \mathcal{M}^2 &= \begin{pmatrix} m_1^2 & M_{12}^2 \\ M_{12}^2 & m_2^2 \end{pmatrix} .\end{aligned}$$

Como  $\mathcal{M}^2$  é uma matriz simétrica, devemos ter

$$\lambda_- |\mathbf{v}|^2 \leq \mathbf{v}^T \mathcal{M}^2 \mathbf{v} \leq \lambda_+ |\mathbf{v}|^2 .\tag{239}$$

Onde  $\lambda_{\pm}$  são os auto-valores de  $\mathcal{M}^2$  dados por

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} \left( m_1^2 + m_2^2 \pm \sqrt{(m_1^2 + m_2^2)^2 - 4(m_1^2 m_2^2 - M_{12}^4)} \right) , \quad (240)$$

Como o último termo da Eq.(238) é sempre positivo, a forma quadrática  $\mathbf{v}^T \mathcal{M}^2 \mathbf{v}$  tem que estar em seu valor mínimo para que  $V$  também esteja no seu valor mínimo, isto é

$$\mathbf{v}^T \mathcal{M}^2 \mathbf{v} = \lambda_- |\mathbf{v}|^2 .$$

Portanto para obtermos  $V_{min} < 0$  devemos ter  $\lambda_- < 0$ , ou seja, obtemos a seguinte condição

$$\det \mathcal{M}^2 = m_1^2 m_2^2 - M_{12}^4 < 0 . \quad (241)$$

Assim se a Eq.(241), e a condição de estabilidade Eq.(237), são satisfeitas teremos a quebra da simetria de gauge  $SU(2) \otimes U(1)$ . É importante comentar que as condições Eqs.(241) e (237) não podem ser simultaneamente satisfeitas se  $m_1^2 = m_2^2$ . Além disto, Eq.(234) mostra que a contribuição supersimétrica a  $m_1^2$  e  $m_2^2$  é a mesma; qualquer diferença entre estas duas quantidades é devida aos termos  $M_1^2$  e  $M_2^2$  que vem do termo de quebra da supersimetria. Em outras palavras; no **MSSM** existe uma conexão entre quebra da simetria de gauge e quebra de supersimetria. Ou seja primeiro precisamos quebrar supersimetria para depois quebrar a simetria de gauge.

Vamos supor que estas condições são satisfeitas e mostraremos que isto implica a correta quebra de simetria do modelo.

Após quebrar a simetria de gauge, três dos oitos graus de liberdade contido nos dois dubletos de Higgs são “comidos” pelos modos longitudinais dos bósons de gauge  $W^{\pm}$  e  $Z^0$ . Os cinco graus de liberdade restantes que permanecem formam um Higgs pseudoescalar neutro, dois escalares neutros e dois bósons de Higgs carregados. A obtenção de todo o espectro de massa do modelo é o assunto da próxima seção.

## XXV. DETERMINAÇÃO DAS MASSAS.

Nesta seção iremos calcular as massas dos nossos estados físicos deste modelo.

## A. As Massas dos Bósons de Gauge

O termo de massa dos bósons de gauge vem dos seguintes termos

$$\int d^4\theta \hat{\bar{H}}_1 e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} \hat{H}_1 + \hat{\bar{H}}_2 e^{2g\hat{V}+g'\hat{V}'} \hat{H}_2 , \quad (242)$$

e as componentes responsáveis pela massa estão escritas abaixo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge}^{massa} = & \frac{1}{4}(g^2 V_m^i V^{im} + Y_{H1}^2 g'^2 V^m V_m) \bar{H}_1 H_1 + \frac{1}{4}(g^2 V_m^i V^{im} + Y_{H2}^2 g'^2 V^m V_m) \bar{H}_2 H_2 \\ & + \frac{Y_{H1}}{2} g g' V_m^i V^m (\bar{H}_1 \sigma^i H_1) + \frac{Y_{H2}}{2} g g' V_m^i V^m (\bar{H}_2 \sigma^i H_2) , \end{aligned} \quad (243)$$

usando os valores da Tab.2 podemos escrever a lagrangiana acima da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge}^{massa} = & \frac{1}{4}[(g^2 V_m^i V^{im} + g'^2 V^m V_m)(\bar{H}_1 H_1 + \bar{H}_2 H_2) \\ & + \frac{g g'}{2} V_m^i V^m [(\bar{H}_2 \sigma^i H_2) - (\bar{H}_1 \sigma^i H_1)] . \end{aligned} \quad (244)$$

Usando a definição dos bósons carregados Eqs.(147) e as matrizes de Pauli, Eq.(3), e os valores esperados do vácuo de  $H_1$  e  $H_2$  podemos reescrever a Eq.(244) da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge}^{massa} = & \frac{1}{2} g^2 (v_1^2 + v_2^2) W^{+m} W_m^- + \frac{(v_1^2 + v_2^2)}{4} (g^2 V_m^3 V^{3m} + g'^2 V^m V_m) \\ & - \frac{g g'}{2} (v_1^2 + v_2^2) V_m^3 V^m \\ \equiv & \mathcal{L}_{carregado}^{massa} + \mathcal{L}_{neutro}^{massa} . \end{aligned} \quad (245)$$

Onde identificamos

$$\mathcal{L}_{carregado}^{massa} = \frac{1}{2} g^2 (v_1^2 + v_2^2) W^{+m} W_m^- , \quad (246)$$

de onde concluímos que a massa do bóson carregado é dada por

$$M_W^2 = \frac{1}{2} g^2 (v_1^2 + v_2^2) , \quad (247)$$

mas este valor é muito bem medido  $v_1^2 + v_2^2 \approx (174 GeV)^2$ . Podemos portanto descrever os dois valores esperados do vácuo em termos de um único parâmetro definido da seguinte maneira

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} . \quad (248)$$

como  $v_1, v_2 \geq 0$  teremos

$$0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2} . \quad (249)$$

Da Eq.(248) podemos escrever

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{gv_2}{\sqrt{2}M_W} , \\ \cos \beta &= \frac{gv_1}{\sqrt{2}M_W} . \end{aligned} \quad (250)$$

Usando Eq.(248), podemos escrever a massa do bóson carregado da seguinte maneira

$$M_W^2 = \frac{1}{2}g^2v_1^2(1 + \tan^2 \beta) . \quad (251)$$

Já a parte neutra é a seguinte

$$\mathcal{L}_{neutro}^{massa} = \frac{(v_1^2 + v_2^2)}{4} \left[ (g^2 V_m^3 V^{3m} + g'^2 V^m V_m) - 2gg'(v_1^2 + v_2^2) V_m^3 V^m \right] , \quad (252)$$

que em forma matricial torna-se

$$\mathcal{L}_{neutro}^{massa} = \frac{(v_1^2 + v_2^2)}{4} \begin{pmatrix} V_m^3 & V^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^{3m} \\ V^m \end{pmatrix} , \quad (253)$$

usando a definição do ângulo de Weinberg dada pela Eq.(149) podemos escrever Eq.(253) da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{neutro}^{massa} = g^2 \frac{(v_1^2 + v_2^2)}{4} \begin{pmatrix} V_m^3 & V^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\tan \theta_W \\ -\tan \theta_W & \tan^2 \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^{3m} \\ V^m \end{pmatrix} . \quad (254)$$

Para obter os estados físicos dos bósons vetoriais neutros e suas respectivas massas, temos que diagonalizar Eq.(254) desde que os estados físicos são ortogonais um ao outro. Fazendo a diagonalização acharemos que os bósons físicos são dados por

$$\begin{pmatrix} A_m \\ Z_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta_W & \cos \theta_W \\ \cos \theta_W & -\sin \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_m^3 \\ V^m \end{pmatrix} , \quad (255)$$

que coincide com a definição apresentada na Eq.(147) e a matriz de massa diagonalizada é dada por

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\cos^2 \theta_W} \end{pmatrix}, \quad (256)$$

usando Eq.(255) e Eq.(256) podemos escrever Eq.(254) da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{neutro}^{massa} = g^2 \frac{(v_1^2 + v_2^2)}{4} \begin{pmatrix} A_m & Z_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\cos^2 \theta_W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_m \\ Z_m \end{pmatrix}. \quad (257)$$

Da lagrangiana acima percebemos que

$$\begin{aligned} M_\gamma^2 &= 0, \\ M_Z^2 &= \frac{1}{2 \cos^2 \theta_W} g^2 (v_1^2 + v_2^2) = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W}. \end{aligned} \quad (258)$$

Como no **SM** o fóton não adquire massa e a massa do  $Z^0$  é relacionada a massa dos bósons carregados pela mesma relação.

## B. Espectro do Bóson de Higgs Físico.

No **SM** nós começamos por expandir em torno do valor esperado do vácuo do Higgs e identificamos os novos estados como sendo os estados físicos. Porém, fazendo a mesma coisa para o **MSSM**, estes novos autoestados da interação fraca não representam os autoestados da massa, como iremos ver.

Quando a condição Eq.(241) é satisfeita, as componentes neutras de  $H_1$  e  $H_2$  adquirem v.e.v. ( $v_1, v_2 \neq 0$ ). Antes de obtermos as massas dos Higgs vamos obter algumas relações úteis. Em  $V_{\min}$ , o potencial tem que satisfazer a seguintes relação, que fornece os extremos do potencial

$$\frac{\partial V_{\min}}{\partial v_1} = \frac{\partial V_{\min}}{\partial v_2} = 0,$$

bem como a condição de mínimo, que é expressa por

$$\frac{\partial^2 V_{min}}{\partial v_1 \partial v_2} > 0 \quad .$$

Estas equações e Eq.(236) nos fornecem as seguintes relações

$$m_1^2 v_1 - M_{12}^2 v_2 + \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) [v_1^2 - v_2^2] v_1 = 0 \quad , \quad (259)$$

$$m_2^2 v_2 - M_{12}^2 v_1 - \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) [v_1^2 - v_2^2] v_2 = 0 \quad , \quad (260)$$

$$-2M_{12}^2 - (g^2 + g'^2) v_1 v_2 > 0 \quad . \quad (261)$$

Multiplicando as Eqs.(259) e (260) por  $v_1^{-1}$  e  $v_2^{-1}$  respectivamente, e então somar e subtrair as equações obtidas, obteremos

$$\begin{aligned} m_1^2 + m_2^2 &= M_{12}^2 (\tan \beta + \cot \beta) \quad , \\ v_1^2 - v_2^2 &= \frac{-2}{g^2 + g'^2} \left[ m_1^2 - m_2^2 - (m_1^2 + m_2^2) \frac{\tan \beta - \cot \beta}{\tan \beta + \cot \beta} \right] \\ &= \frac{-2}{g^2 + g'^2} \left[ m_1^2 - m_2^2 + (m_1^2 + m_2^2) \cos 2\beta \right] \quad , \end{aligned} \quad (262)$$

nó utilizamos Eq.(248) para obter as equações acima.

Com as Eqs.(259), (260) e (262) o potencial mínimo pode ser escrito da seguinte maneira

$$V_{min} = \frac{-1}{2(g^2 + g'^2)} \left[ (m_1^2 - m_2^2) + (m_1^2 + m_2^2) \cos 2\beta \right]^2 \quad , \quad (263)$$

quero lembrar só mais uma coisa os parâmetros da equação acima dependem do ponto de renormalização  $Q$ .

Agora já estamos aptos para calcular as massas dos Higgs. Os autoestados físicos são obtidos diagonalizando a matriz de massa dos bósons de Higgs. Isto é feito mais facilmente na base real onde podemos escrever

$$H_1 = \begin{pmatrix} h_1 + ih_2 \\ h_3 + ih_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1^1 \\ H_1^2 \end{pmatrix} \quad , \quad (264)$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} h_5 + ih_6 \\ h_7 + ih_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_2^1 \\ H_2^2 \end{pmatrix} \quad . \quad (265)$$

Nesta base real o potencial de Higgs, ver Eq.(233), torna-se



$$\begin{aligned}
V(h_i) = & m_1^2 \sum_{i=1}^4 h_i^2 + m_2^2 \sum_{j=5}^8 h_j^2 - 2M_{12}^2 (h_1 h_7 + h_4 h_6 - h_3 h_5 - h_2 h_8) \\
& + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) \left[ \sum_{i=1}^4 h_i^2 - \sum_{j=5}^8 h_j^2 \right]^2 \\
& + \frac{g^2}{2} (h_1 h_5 + h_2 h_6 + h_3 h_7 + h_4 h_8)^2 \\
& + \frac{g'^2}{2} (h_1 h_6 + h_3 h_8 - h_2 h_5 - h_4 h_7)^2 .
\end{aligned} \tag{266}$$

Deste potencial é evidente que a base dos campos de Higgs em que estamos trabalhando não pode ser a base física porque contém termos de massa fora da diagonal. Assim temos que mudar para a base dos auto-estados da massa.

O estado físico dos bósons de Higgs são obtidos diagonalizando a matriz de massa do Higgs que é dada por [56]

$$M_{ij}^2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial h_i \partial h_j} \Big|_{\min} . \tag{267}$$

O termo “min” significa fazer  $\langle h_1 \rangle = v_1$ ,  $\langle h_7 \rangle = v_2$  e  $\langle h_i \rangle = 0$  para todos os outros  $i$ .

Agora iremos analisar os diferentes setores dos Higgs deste modelo.

### 1. Setor do Higgs Carregados; índices 3, 4, 5 e 6.

Usando as Eqs.(266) e (267) a matriz de massa do bóson de Higgs é facilmente calculada. Observe que a parte real e imaginário do setor do Higgs carregado se desacoplam isto se deve ao fato de que

$$M_{56}^2 = M_{54}^2 = M_{36}^2 = M_{34}^2 = 0 .$$

As componentes reais são dadas por

$$\begin{aligned}
M_{55}^2 &= m_2^2 - \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{2} g^2 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2} \left( g^2 + \frac{2M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) v_1^2 , \\
M_{53}^2 &= M_{12}^2 + \frac{1}{2} g^2 v_1 v_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left( g^2 + \frac{2M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) v_1 v_2 \ , \\
M_{33}^2 &= m_1^2 + \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{2} g^2 v_2^2 \\
&= \frac{1}{2} \left( g^2 + \frac{2M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) v_2^2 \ ,
\end{aligned} \tag{268}$$

já para a parte imaginária obteremos

$$\begin{aligned}
M_{66}^2 &= M_{55}^2 \ , \\
M_{44}^2 &= M_{33}^2 \ , \\
M_{64}^2 &= -M_{53}^2 \ .
\end{aligned} \tag{269}$$

Nas expressões acima usamos Eqs.(259) e (260) para eliminar os parâmetros de massa  $m_1^2$  e  $m_2^2$ . Portanto nesta base  $(h_5, h_3)$  e  $(-h_6, h_4)$ , a matriz de massa do Higgs carregado é expressa por<sup>11</sup>

$$M_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left( g^2 + \frac{2M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) \begin{pmatrix} v_1^2 & v_1 v_2 \\ v_1 v_2 & v_2^2 \end{pmatrix} . \tag{270}$$

Para obter os estados físicos dos bósons de Higgs carregados e suas respectivas massas temos que diagonalizar esta matriz.

Calculando os autovalores, a matriz de massa pode ser escrita da seguinte maneira onde usamos que  $(\tan \beta = v_2/v_1)$

$$M_{\pm}^2 = \begin{pmatrix} -\sin \beta & \cos \beta \\ \cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{H\pm}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin \beta & \cos \beta \\ \cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix} , \tag{271}$$

com

$$\begin{aligned}
m_{H\pm}^2 &= \frac{1}{2} \left( g^2 + \frac{2M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) (v_1^2 + v_2^2) \\
&= M_W^2 + \frac{M_{12}^2}{v_1 v_2} (v_1^2 + v_2^2) \ ,
\end{aligned} \tag{272}$$

---

<sup>11</sup>O sinal da base  $(-h_6, h_4)$  é escolhida para que as duas base tenham a mesma matriz de massa.

é a matriz de massa dos Higgs carregados. Repare que neste procedimento de diagonalização, dois estados sem massa e dois estados massivos apareceram. Os estados de massa zero são associados com bósons de Goldstone carregado, como veremos a seguir.

Agora vamos obter os estados físicos

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} h_5 & h_3 \end{pmatrix} M_{\pm}^2 \begin{pmatrix} h_5 \\ h_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -h_6 & h_4 \end{pmatrix} M_{\pm}^2 \begin{pmatrix} -h_6 \\ h_4 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} h_5 + ih_6 & h_3 - ih_4 \end{pmatrix} M_{\pm}^2 \begin{pmatrix} h_5 - ih_6 \\ h_3 + ih_4 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} H_2^1 & \bar{H}_1^2 \end{pmatrix} M_{\pm}^2 \begin{pmatrix} \bar{H}_2^1 \\ H_1^1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -H_2^1 \sin \beta + \bar{H}_1^2 \cos \beta \\ H_2^1 \cos \beta + \bar{H}_1^2 \sin \beta \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{H^{\pm}}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{H}_2^1 \sin \beta + H_1^2 \cos \beta \\ \bar{H}_2^1 \cos \beta + H_1^2 \sin \beta \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} G^+ & H^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{H^{\pm}}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^- \\ H^- \end{pmatrix} .
\end{aligned}$$

Onde fazemos as seguintes identificações

$$G^- = H_1^2 \cos \beta - \bar{H}_2^1 \sin \beta \text{ (bóson de Goldstone) ,} \quad (273)$$

$$H^- = H_1^2 \sin \beta + \bar{H}_2^1 \cos \beta \text{ (Higgs carregado) ,} \quad (274)$$

e

$$G^+ = \bar{G}^- ,$$

$$H^+ = \bar{H}^- .$$

## 2. Setor do Higgs Neutro; índices 2 e 8.

Já vimos que o setor do Higgs carregado se desacopla em uma parte real e outra imaginária. Isto também ocorre com o setor neutro, para ver isto é so verificar que

$$M_{12}^2 = M_{72}^2 = M_{18}^2 = M_{78}^2 = 0 \quad .$$

Isto se deve ao fato que nossa teoria é invariante por CP. Começaremos a discussão com o setor imaginário (CP ímpar) para depois vermos o setor real (CP par).

Fazendo um procedimento análogo ao do setor carregado podemos mostrar que

$$\begin{aligned} M_{88}^2 &= m_2^2 - \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) (v_1^2 - v_2^2) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) v_1^2 \quad , \\ M_{28}^2 &= M_{12}^2 \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) v_1 v_2 \quad , \\ M_{22}^2 &= m_1^2 + \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) (v_1^2 - v_2^2) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{M_{12}^2}{v_1 v_2} \right) v_2^2 \quad , \end{aligned}$$

onde outra vez usamos Eqs.(259) e (260) para eliminar os parâmetros de massa  $m_1^2$  e  $m_2^2$ .

As equações acima em forma matricial pode ser escrita da seguinte maneira

$$\frac{M_{12}^2}{v_1 v_2} \begin{pmatrix} v_1^2 & v_1 v_2 \\ v_1 v_2 & v_2^2 \end{pmatrix} \quad ,$$

na base  $(h_8, h_2)$ . Diagonalizando esta matriz, que é um procedimento idêntico ao utilizado no setor carregado, os autoestados físico são

$$\begin{aligned} &\frac{M_{12}^2}{v_1 v_2} \begin{pmatrix} h_8 & h_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1^2 & v_1 v_2 \\ v_1 v_2 & v_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_8 \\ h_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -h_8 \sin \beta + h_2 \cos \beta \\ h_8 \cos \beta + h_2 \sin \beta \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{H_3^0}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -h_8 \sin \beta + h_2 \cos \beta \\ h_8 \cos \beta + h_2 \sin \beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{G^0}{\sqrt{2}} & \frac{H_3^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{H_3^0}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{G^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{H_3^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad . \end{aligned}$$

Onde fazemos as seguintes identificações

$$\begin{aligned}
G^0 &= \sqrt{2} (h_2 \cos \beta - h_8 \sin \beta) \\
&= \sqrt{2} (\text{Im } H_1^1 \cos \beta - \text{Im } H_2^2 \sin \beta) \quad , \quad (\text{bóson de Goldstone})
\end{aligned}
\tag{275}$$

$$\begin{aligned}
H_3^0 &= \sqrt{2} (h_2 \sin \beta + h_8 \cos \beta) \\
&= \sqrt{2} (\text{Im } H_1^1 \sin \beta + \text{Im } H_2^2 \cos \beta) \quad , \quad (\text{Higgs neutro } CP = -1)
\end{aligned}
\tag{276}$$

os fatores  $\sqrt{2}$  são colocados para obtermos os termos cinéticos usuais.

A matriz de massa do bóson de Higgs neutro é

$$\begin{aligned}
m_{H_3^0}^2 &= \frac{M_{12}^2}{v_1 v_2} (v_1^2 + v_2^2) \\
&= m_{H^\pm}^2 - M_W^2 \quad ,
\end{aligned}
\tag{277}$$

na última passagem usamos a Eq.(272).

### 3. Setor de Higgs neutro; índices 1 e 7.

Após termos estudado o setor imaginário do Higgs neutro iremos agora estudar a parte real, de  $CP = +1$

Neste caso podemos mostrar

$$\begin{aligned}
M_{11}^2 &= \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) v_1^2 + M_{12}^2 \frac{v_2}{v_1} \equiv A \quad , \\
M_{17}^2 &= -\frac{1}{2} (g^2 + g'^2) v_1 v_2 - M_{12}^2 \equiv B \quad , \\
M_{77}^2 &= \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) v_2^2 + M_{12}^2 \frac{v_1}{v_2} \equiv C \quad ,
\end{aligned}$$

repare que  $A, C \geq 0$  e  $B \leq 0$ . Usamos as Eqs.(259) e (260) para eliminar  $m_1^2$  e  $m_2^2$ . Que colocada na forma matricial torna-se

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} \quad ,$$

na base  $(h_1, h_7)$ .

O procedimento de diagonalização deste setor é ligeiramente diferente do apresentados nos outros dois setores do Higgs. Os autovalores de  $M_0^2$  são

$$\begin{aligned} m_{H_1^0, H_2^0}^2 &= \frac{1}{2} \left[ A + C \pm \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ m_{H_3^0}^2 + m_Z^2 \pm \sqrt{(m_{H_3^0}^2 + m_Z^2)^2 - 4m_Z^2 m_{H_3^0}^2 \cos^2 2\beta} \right] , \end{aligned} \quad (278)$$

onde o sinal positivo (negativo) é associado a  $m_{H_1^0}^2$  ( $m_{H_2^0}^2$ ). Os correspondentes autovetores são <sup>12</sup>

$$\mathbf{v}_{1,2} = N_{1,2} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{-(A-C) \pm \sqrt{(A-C)^2 + 4B^2}}{2B} \end{pmatrix} . \quad (279)$$

$N_{1,2}$  são constantes de normalização.

Como ficará claro mais para frente, é útil introduzir o seguinte ângulo de mistura  $\alpha$  ( não confundir com a constante de estrutura fina) definida por

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= \frac{2B}{\sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}} \\ &= -\sin 2\beta \left( \frac{m_{H_1^0}^2 + m_{H_2^0}^2}{m_{H_1^0}^2 - m_{H_2^0}^2} \right) , \\ \cos 2\alpha &= \frac{A - C}{\sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}} \\ &= -\cos 2\beta \left( \frac{m_{H_3^0}^2 - m_Z^2}{m_{H_1^0}^2 - m_{H_2^0}^2} \right) . \end{aligned}$$

Das seguintes identidades matemáticas  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$  e  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ , podemos mostrar a seguinte equação

$$x^2 + 2 \cot(2\alpha) x - 1 = 0 ,$$

---

<sup>12</sup>Onde  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  correspondem aos autovalores  $m_{H_1^0}^2$  e  $m_{H_2^0}^2$  respectivamente.

onde  $x = \tan \alpha$ . Em geral esta equação tem duas soluções distintas. Porém, anteriormente, já havíamos escolhido  $v_1, v_2 \geq 0$  ou equivalentemente

$0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ , isto implica que  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 0$ . Tendo em mente esta restrição podemos achar uma única solução para  $x$ , e o resultado é (lembre-se que  $B \leq 0$ )

$$\tan \alpha = \frac{-(A - C) + \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}{2B}, \quad (280)$$

e invertendo teremos

$$\cot \alpha = \frac{(A - C) + \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}}{2B}. \quad (281)$$

Comparando Eqs(280) e (281) com Eq.(279), vemos que a segunda componente de  $\mathbf{v}_1$  ( $\mathbf{v}_2$ ) pode ser identificado com  $\tan \alpha$  ( $\cot \alpha$ ). O ângulo de mistura,  $\alpha$ , foi definido para termos este resultado.

Desta maneira escolhemos  $N_1 = \cos \alpha$  e  $N_2 = -\sin \alpha$  para obtermos autovetores ortonormais, e a matriz de massa do setor de Higgs real neutro adquire a seguinte forma

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{H_1^0}^2 & 0 \\ 0 & m_{H_2^0}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}^{-1}. \quad (282)$$

O correspondente termo de massa da lagrangiana agora torna-se

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} h_1 & h_7 \end{pmatrix} M_0^2 \begin{pmatrix} h_1 \\ h_7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} h_1 \cos \alpha + h_7 \sin \alpha \\ -h_1 \sin \alpha + h_7 \cos \alpha \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_{H_1^0}^2 & 0 \\ 0 & m_{H_2^0}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \cos \alpha + h_7 \sin \alpha \\ -h_1 \sin \alpha + h_7 \cos \alpha \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (283)$$

Para identificarmos o estado físico do Higgs  $H_1^0$  e  $H_2^0$ , temos que ser cuidadosos, a razão é que estes estados, como qualquer estado físico, tem que ter valor esperado do vácuo igual a zero. Portanto fazemos as seguintes identificações

$$\begin{aligned}\frac{H_1^0}{\sqrt{2}} + v_1 \cos \alpha + v_2 \sin \alpha &= h_1 \cos \alpha + h_7 \sin \alpha , \\ \frac{H_2^0}{\sqrt{2}} - v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha &= -h_1 \sin \alpha + h_7 \cos \alpha ,\end{aligned}$$

ou equivalentemente

$$H_1^0 = \sqrt{2} \left[ \left( \text{Re } H_1^1 - v_1 \right) \cos \alpha + \left( \text{Re } H_2^2 - v_2 \right) \sin \alpha \right] , \quad (284)$$

$$H_2^0 = \sqrt{2} \left[ - \left( \text{Re } H_1^1 - v_1 \right) \sin \alpha + \left( \text{Re } H_2^2 - v_2 \right) \cos \alpha \right] . \quad (285)$$

#### 4. Conclusão e Comentários.

Nas três subseções acima derivamos o conteúdo físico do bóson de Higgs do **MSSM**. Este consiste dos bósons de Higgs carregados ( $H^\pm$ ), os bósons de Higgs neutros<sup>13</sup> ( $H_i^0$ ,  $i = 1, 2, 3$ ) e finalmente os bósons de Goldstone carregados ( $G^\pm$ ) e neutros ( $G^0$ ).

Os novos campos em termos dos “velhos” estão dados nas Eqs.(273), (274), (275), (276), (284) e (285). Porém, para obter a lagrangiana em termos dos campos físicos, temos que inverter as relações acima. O resultado desta inversão são

$$H_1 = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} [ H_1^0 \cos \alpha - H_2^0 \sin \alpha + i H_3^0 \sin \beta + i G^0 \cos \beta ] \\ H^- \sin \beta + G^- \cos \beta \end{pmatrix} , \quad (286)$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} H^+ \cos \beta - G^+ \sin \beta \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} [ H_1^0 \sin \alpha + H_2^0 \cos \alpha + i H_3^0 \cos \beta - i G^0 \sin \beta ] \end{pmatrix} . \quad (287)$$

Inserindo estas expressões na lagrangiana do **MSSM** as interações (e as regras de Feynman) dos bósons de Higgs físicos são obtidas.

Das fórmulas de massas dos Higgs obtidas acima, Eqs.(270), (277) e (278), é interessante notar que no limite  $m_{H_3^0} \rightarrow \infty$  ( $\tan \beta$  fixo),  $H^\pm$ ,  $H_1^0$  e ( $H_3^0$ ) se desacoplam da teoria, e assim

---

<sup>13</sup>Alguns autores usam a notação  $H^0$ ,  $h^0$  e  $A^0$  em vez da nossa  $H_1^0$ ,  $H_2^0$  e  $H_3^0$ .



o setor de Higgs da teoria contém apenas  $H_2^0$ . Neste limite, é possível mostrar que  $H_2^0$  é idêntico ao Higgs do Modelo Padrão (mínimo).

É importante comentar que todas as massa dos Higgs aqui obtidas foram calculadas apenas à nível de árvore, e satisfazem as seguintes relações

$$\begin{aligned} m_{H^\pm} &\geq M_W , \\ m_{H_2^0} &\leq m_Z \leq m_{H_1^0} , \\ m_{H_3^0} &\geq m_{H_2^0} . \end{aligned}$$

Desde que  $m_{H_2^0} \leq m_Z$  (nível de árvore) foi acreditado, devido ao quadro de interação do  $H_2^0$ , que  $H_2^0$  poderia ser produzido e esperansosamente detectado no LEP. Nenhum Higgs foi visto e isto pode ser visto como um problema. Atualmente muitos físicos acreditam que os Higgs do **MSSM** podem obter grandes correções radiativas, tão grandes como  $\mathcal{O}(100)$  GeV. Desta maneira isto coloca a massa do  $H_2^0$  acima da massa do bóson Z (e por outro lado fora do alcance de descoberta do LEP 1). Estas grandes correções radiativas também tem implicações [60], devido ao insucesso das buscas dos Higgs no LEP 1, que<sup>14</sup>

$$\tan \beta \geq 1 , \tag{288}$$

no contexto do **MSSM**.

### C. As Massas dos Léptons.

Vamos analisar as massas dos léptons. O termo  $f\varepsilon^{ij} \bar{R}L^i H_1^j + h.c.$ , da parte do superpotencial de Yukawa (e seu hermitiano conjugado) origina a massa dos léptons.

A parte  $f\varepsilon^{ij} \bar{R}L^i H_1^j + h.c.$ , contém os seguintes termos, ver Eq.(174), após a quebra

$$\mathcal{L}_{uH} = -fv_1 (l_R l_L + l_L^* l_R^*) .$$

---

<sup>14</sup>É usual deixar que  $\tan \beta$  varie no alcance  $1 \leq \tan \beta \leq 50$ .

Portanto, podemos fazer a seguinte identificação

$$m_f = f v_1 \ , \quad (289)$$

e como no **SM**, notamos que as massas dos léptons são indeterminadas pela teoria.

Uma última observação, os acoplamentos de Yukawa podem ser escritos, usando Eq.(250), da seguinte maneira

$$f = \frac{m_f}{v_1} = \frac{g m_f}{\sqrt{2} M_W \cos \beta} \ . \quad (290)$$

#### D. As Massas dos Sléptons.

Nesta teoria existem dois sléptons (representados por  $\tilde{l}_L$  e  $\tilde{l}_R$ ), que são os parceiros supersimétricos das partes de helicidade left e right dos férmions  $l$ . Antes da quebra de supersimetria, eles são degenerados em massa com  $l$ .

As contribuições para as massas dos sléptons, vem dos termos  $F$ , dos termos  $D$  e do termo soft.

Os termos que contribuem para a massa dos sléptons da  $\mathcal{L}_{soft}$ , Eq.(114), são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{soft}^{sleptons} &= -M_L^2 \tilde{\bar{L}}^i \tilde{L}^i + M_R^2 \tilde{\bar{R}} \tilde{R} - M_{LR}^2 \epsilon_{ij} (H_1^i \tilde{L}^j \tilde{R} + \bar{H}_1^i \tilde{\bar{L}}^j \tilde{\bar{R}}) \\ &= -m_{\tilde{\nu}}^2 \tilde{\nu}^* \tilde{\nu} - m_{\tilde{l}}^2 \tilde{l}_L^* \tilde{l}_L - m_R^2 \tilde{l}_R^* \tilde{l}_R - A_f m_f (\tilde{l}_R^* \tilde{l}_L + \tilde{l}_L^* \tilde{l}_R) \ , \end{aligned} \quad (291)$$

usamos a Eq.(289) e fizemos a seguinte identificação

$$A_f = \frac{M_{LR}^2}{f} \ . \quad (292)$$

A parte dos termos  $F$  dada pela Eq.(226) que contribuem para a massa dos sléptons são<sup>15</sup>

---

<sup>15</sup>Note que das Eqs. (248) e (289) que  $f v_2 = f v_1 \frac{v_2}{v_1} = m_f \tan \beta$ .

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_F^{slepton} &= -\mu f(\bar{H}_2 \tilde{L} \tilde{R} + \bar{\tilde{L}} H_2 \tilde{R}) - f^2 \bar{H}_1 H_1 (\bar{\tilde{L}} \tilde{L} + \bar{\tilde{R}} \tilde{R}) \\
&= -\mu m_f \tan \beta (\tilde{l}_R^* \tilde{l}_L + \tilde{l}_L^* \tilde{l}_R) - m_f^2 (\tilde{l}_L^* \tilde{l}_L + \tilde{\nu}^* \tilde{\nu} + \tilde{l}_R^* \tilde{l}_R) .
\end{aligned} \tag{293}$$

No caso dos termos  $D$  temos as seguintes contribuições

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_D^{sleptons} &= -\frac{g^2}{4} [(\bar{\tilde{L}} \sigma^i \tilde{L})(\bar{H}_1 \sigma^i H_1) + (\bar{\tilde{L}} \sigma^i \tilde{L})(\bar{H}_2 \sigma^i H_2)] \\
&\quad - \frac{g'}{2} [Y_L Y_{H1} \bar{\tilde{L}} \tilde{L} \bar{H}_1 H_1 + Y_L Y_{H2} \bar{\tilde{L}} \tilde{L} \bar{H}_2 H_2 + Y_R Y_{H1} \bar{\tilde{R}} \tilde{R} \bar{H}_1 H_1 + Y_R Y_{H2} \bar{\tilde{R}} \tilde{R} \bar{H}_2 H_2] \\
&= -\frac{g^2}{4} (v_1^2 - v_2^2) \bar{\tilde{L}} \sigma^3 \tilde{L} - \frac{g'}{2} [Y_L (v_2^2 - v_1^2) \bar{\tilde{L}} \tilde{L} + Y_R (v_2^2 - v_1^2) \bar{\tilde{R}} \tilde{R}] ,
\end{aligned} \tag{294}$$

usando Eqs.(149), (160), (258) e (250) podemos escrever

$$\mathcal{L}_D^{slepton} = -M_Z^2 \cos(2\beta) \left[ (T_{3f} - \sin^2 \theta_W Q_f) (\tilde{\nu}^* \tilde{\nu} + \tilde{l}_L^* \tilde{l}_L) + Q_f \sin^2 \theta_W \tilde{l}_R^* \tilde{l}_R \right] . \tag{295}$$

Juntando todas estas peças discutida acima teremos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{slepton}^{massa} &= -\mu m_f \tan \beta \tilde{l}_L^* \tilde{l}_R - \mu m_f \tan \beta \tilde{l}_R^* \tilde{l}_L - m_f^2 (\tilde{l}_L^* \tilde{l}_L + \tilde{l}_R^* \tilde{l}_R) - m_\nu^2 \tilde{\nu}^* \tilde{\nu} \\
&\quad - m_l^2 \tilde{l}_L^* \tilde{l}_L - m_R^2 \tilde{l}_R^* \tilde{l}_R - m_\nu^2 \tilde{\nu}^* \tilde{\nu} - A_f m_f (\tilde{l}_R^* \tilde{l}_L + \tilde{l}_L^* \tilde{l}_R) \\
&\quad - M_Z^2 \cos(2\beta) \left[ (T_{3e} - \sin^2 \theta_W Q_e) \tilde{l}_L^* \tilde{l}_L + (T_{3\nu} - \sin^2 \theta_W Q_\nu) \tilde{\nu}^* \tilde{\nu} + Q_e \sin^2 \theta_W \tilde{l}_R^* \tilde{l}_R \right] \\
&= - \left[ m_l^2 - M_Z^2 \cos(2\beta) \left( \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \right) + m_f^2 \right] \tilde{l}_L^* \tilde{l}_L \\
&\quad - m_f (A_f + \mu \tan \beta) (\tilde{l}_R^* \tilde{l}_L + \tilde{l}_L^* \tilde{l}_R) - (m_R^2 - M_Z^2 \cos(2\beta) \sin^2 \theta_W + m_f^2) \tilde{l}_R^* \tilde{l}_R \\
&\quad - \left[ m_\nu^2 + \frac{M_Z^2}{2} \cos(2\beta) \right] \tilde{\nu}^* \tilde{\nu} .
\end{aligned} \tag{296}$$

Vamos chamar

$$\begin{aligned}
\tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 &= m_l^2 - M_Z^2 \cos(2\beta) \left( \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \right) , \\
\tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 &= m_R^2 - M_Z^2 \cos(2\beta) \sin^2 \theta_W , \\
m_{\tilde{f}_{LR}}^2 &= m_f (\mu \tan \beta + A_f) , \\
\tilde{m}_\nu^2 &= m_\nu^2 - \frac{M_Z^2}{2} \cos(2\beta) ,
\end{aligned} \tag{297}$$

isto leva, lembre que  $m_l^2 = m_\nu^2$ , a seguinte relação importante

$$\tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 - \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 = M_Z^2 \cos(2\beta) \cos^2 \theta_W , \quad (298)$$

que é válida se a mistura entre os escalares pode ser desprezada; este é sempre o caso para o elétron e o múon.

Voltando a lagrangiana das massas dos sléptons temos agora

$$\mathcal{L}_{massa}^{slepton} = - \begin{pmatrix} \tilde{l}_L^* & \tilde{l}_R^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 + m_f^2 & m_{\tilde{f}_{LR}}^2 \\ m_{\tilde{f}_{LR}}^2 & \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 + m_f^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{l}_L \\ \tilde{l}_R \end{pmatrix} + \tilde{m}_{\tilde{\nu}}^2 \tilde{\nu}^* \tilde{\nu} .$$

Diagonalizando a matriz de massa dos sléptons carregados, obtemos que os auto-estados da massa são

$$\begin{aligned} \tilde{l}_1 &= \tilde{l}_L \cos \theta_f + \tilde{l}_R \sin \theta_f , \\ \tilde{l}_2 &= \tilde{l}_L \sin \theta_f - \tilde{l}_R \cos \theta_f , \end{aligned}$$

com o ângulo de mistura  $\theta_f$  definido por

$$\tan 2\theta_f = \frac{2m_{\tilde{f}_{LR}}^2}{\tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 - \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2} ,$$

e as massas respectivamente são dadas por

$$\begin{aligned} M_{\tilde{l}_1, \tilde{l}_2}^2 &= f^2 v_1^2 + \frac{1}{2} \left[ \left( \tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 + \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 \right) \pm \sqrt{\left( \tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 - \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 \right)^2 + 4m_{\tilde{f}_{LR}}^4} \right] \\ &= m_f^2 + \frac{1}{2} \left[ \left( \tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 + \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 \right) \pm \sqrt{\left( \tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 - \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 \right)^2 + 4m_{\tilde{f}_{LR}}^4} \right] . \end{aligned} \quad (299)$$

Iremos assumir máxima mistura, isto é  $\theta_f = \pi/4$  ou

$$\tilde{m}_{\tilde{f}_L}^2 = \tilde{m}_{\tilde{f}_R}^2 = \tilde{m}^2 . \quad (300)$$

Uma motivação para esta escolha vem da QED supersimétrica onde esta escolha é feita para que paridade não seja violada. Portanto

$$\tilde{l}_1 = \frac{\tilde{l}_L + \tilde{l}_R}{\sqrt{2}} , \quad (301)$$

$$\tilde{l}_2 = \frac{\tilde{l}_L - \tilde{l}_R}{\sqrt{2}} , \quad (302)$$

e

$$M_{\tilde{l}_1, \tilde{l}_2}^2 = \tilde{m}^2 + m_f^2 \pm m_{\tilde{f}_{LR}}^2 . \quad (303)$$

## E. Gaugino e Higgsino

O termo de mistura do gaugino e higgsino, provém de termos da Eq.(166), que neste caso será

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{V}}^{mistura} = & \sqrt{2}i \bar{H}_1 \left( gT^i \lambda_A^i - \frac{1}{2}g'\lambda_B \right) \tilde{H}_1 - \sqrt{2}i \bar{\tilde{H}}_1 \left( gT^i \bar{\lambda}_A^i - \frac{1}{2}g'\bar{\lambda}_B \right) H_1 \\ & + \sqrt{2}i \bar{H}_2 \left( gT^i \lambda_A^i + \frac{1}{2}g'\lambda_B \right) \tilde{H}_2 - \sqrt{2}i \bar{\tilde{H}}_2 \left( gT^i \bar{\lambda}_A^i + \frac{1}{2}g'\bar{\lambda}_B \right) H_2 , \end{aligned} \quad (304)$$

que podemos escrever, usando as definições dos estados Eqs.(??) e os operadores das Eqs.(149) e (160), da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{V}}^{mistura} = & ig \left( \bar{H}_1 T^+ \tilde{H}_1 \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \tilde{\tilde{H}}_1 T^- H_1 \right) + ig \left( \bar{H}_2 T^+ \tilde{H}_2 \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \tilde{\tilde{H}}_2 T^- H_2 \right) \\ & + ig \left( \bar{H}_1 T^- \tilde{H}_1 \lambda^- - \bar{\lambda}^- \tilde{\tilde{H}}_1 T^+ H_1 \right) + ig \left( \bar{H}_2 T^- \tilde{H}_2 \lambda^- - \bar{\lambda}^- \tilde{\tilde{H}}_2 T^+ H_2 \right) \\ & + i\sqrt{2}eQ_i(\bar{H}_1^i \tilde{H}_1^i \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma \tilde{\tilde{H}}_1^i H_1^i) + i\sqrt{2}eQ_i(\bar{H}_2^i \tilde{H}_2^i \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma \tilde{\tilde{H}}_2^i H_2^i) \\ & + i\sqrt{2}\frac{g}{\cos\theta_W}(T_i^3 - Q_i \sin^2\theta_W)(\bar{H}_1^i \tilde{H}_1^i \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \tilde{\tilde{H}}_1^i H_1^i) \\ & + i\sqrt{2}\frac{g}{\cos\theta_W}(T_i^3 - Q_i \sin^2\theta_W)(\bar{H}_2^i \tilde{H}_2^i \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \tilde{\tilde{H}}_2^i H_2^i) . \end{aligned} \quad (305)$$

Usando a Eq.(142) e (143) podemos escrever a equação acima da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{V}}^{mistura} = & ig \left( \bar{H}_1^0 \psi_{H_1}^2 \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \bar{\psi}_{H_1}^2 H_1^0 \right) + ig \left( \bar{H}_2^+ \psi_{H_2}^2 \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \bar{\psi}_{H_2}^2 H_2^+ \right) \\ & + ig \left( \bar{H}_1^- \psi_{H_1}^1 \lambda^- - \bar{\lambda}^- \bar{\psi}_{H_1}^1 H_1^- \right) + ig \left( \bar{H}_2^0 \psi_{H_2}^1 \lambda^- - \bar{\lambda}^- \bar{\psi}_{H_2}^1 H_2^0 \right) \\ & - \sqrt{2}ie \left( \bar{H}_1^- \psi_{H_1}^2 \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma \bar{\psi}_{H_1}^2 H_1^- \right) + \sqrt{2}ie \left( \bar{H}_2^+ \psi_{H_2}^1 \lambda_\gamma - \bar{\lambda}_\gamma \bar{\psi}_{H_2}^1 H_2^+ \right) \\ & + \frac{ig}{\sqrt{2}\cos\theta_W} \left( \bar{H}_1^0 \psi_{H_1}^1 \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{\psi}_{H_1}^1 H_1^0 \right) - \frac{ig}{\sqrt{2}\cos\theta_W} \left( \bar{H}_2^0 \psi_{H_2}^2 \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{\psi}_{H_2}^2 H_2^0 \right) \\ & + \frac{ig}{\sqrt{2}\cos\theta_W} \left( 1 - 2\sin^2\theta_W \right) \left( \bar{H}_2^+ \psi_{H_2}^1 \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{\psi}_{H_2}^1 H_2^+ \right) \\ & - \frac{ig}{\sqrt{2}\cos\theta_W} \left( 1 - 2\sin^2\theta_W \right) \left( \bar{H}_1^- \psi_{H_1}^2 \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{\psi}_{H_1}^2 H_1^- \right) . \end{aligned} \quad (306)$$

Finalmente obtemos usando os espinores de quatro componentes

$$\mathcal{L}_{\tilde{H}\tilde{V}}^{mistura} = +g \left( \tilde{\tilde{W}} L \tilde{H} H_1^0 + \tilde{\tilde{H}}_1^n L \tilde{W} H_1^- \right) - \sqrt{2}e \tilde{\tilde{A}} L \tilde{H} H_1^-$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \tilde{\bar{Z}} L \tilde{H}_1^n H_1^0 - \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \tilde{\bar{Z}} L \tilde{H} H_1^- \\
& + g \left( \tilde{\bar{W}} L \tilde{H}_2^n H_2^+ + \tilde{\bar{H}} L \tilde{W} H_2^0 \right) + \sqrt{2} e \tilde{\bar{H}} L \tilde{A} H_2^+ \\
& + \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \tilde{\bar{H}} L \tilde{Z} H_2^+ - \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \tilde{\bar{H}}_2^n L \tilde{Z} H_2^0 \\
& + h.c. \quad .
\end{aligned} \tag{307}$$

1. *Termo de Massa do Chargino.*

Os charginos  $\tilde{\chi}_i^+$  ( $i = 1, 2$ ), surgem devido a mistura dos Winos,  $\tilde{W}^\pm$ , e Higgsinos carregados,  $\tilde{H}^\pm$ . Os charginos são espiniores de Dirac de quatro componentes. Em princípio existem duas misturas independentes, i.e.  $(\tilde{W}^-, \tilde{H}^-)$  e  $(\tilde{W}^+, \tilde{H}^+)$ , então necessitamos de duas matrizes unitárias para diagonalizar a matriz de massa.

O termo de massa do wino, ver Eq.(181), é o seguinte

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{W}}^{\text{carregado}} &= -M_{\tilde{W}} \tilde{W} \tilde{W} \\
&= -M \left( \lambda^- \lambda^+ + \bar{\lambda}^- \bar{\lambda}^+ \right) \quad ,
\end{aligned} \tag{308}$$

já no caso do higgsino carregado, Eq.(177), é

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{H}}^{\text{carregado}} &= \mu \tilde{H} \tilde{H} \\
&= -\mu \left( \psi_{H_1}^1 \psi_{H_1}^2 + \psi_{H_1}^{\bar{1}} \psi_{H_1}^{\bar{2}} \right) \quad .
\end{aligned} \tag{309}$$

Já os termos de mistura que contribuem para a massa do chargino, ver página anterior, são

$$\begin{aligned}
g \left( \tilde{\bar{W}} L \tilde{H} H_1^0 + \tilde{\bar{H}}_1^0 \tilde{\bar{H}} R \tilde{W} \right) + g \left( \tilde{\bar{H}} L \tilde{W} H_2^0 + \tilde{\bar{H}}_2^0 \tilde{\bar{W}} R \tilde{H} \right) &= ig \left( \tilde{\bar{H}}_1^0 \psi_{H_1}^2 \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \bar{\psi}_{H_1}^2 H_1^0 \right) \\
&+ ig \left( \tilde{\bar{H}}_0^0 \psi_{H_2}^1 \lambda^- - \bar{\lambda}^- \bar{\psi}_{H_2}^1 H_2^0 \right) \quad ,
\end{aligned} \tag{310}$$

Juntando todas estas peças obtemos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^\pm}^{\text{mass}} &= ig \left( \tilde{\bar{H}}_1^0 \psi_{H_1}^2 \lambda^+ - \bar{\lambda}^+ \bar{\psi}_{H_1}^2 H_1^0 \right) + ig \left( \tilde{\bar{H}}_0^0 \psi_{H_2}^1 \lambda^- - \bar{\lambda}^- \bar{\psi}_{H_2}^1 H_2^0 \right) \\
&- \mu \left( \psi_{H_1}^1 \psi_{H_1}^2 + \psi_{H_1}^{\bar{1}} \psi_{H_1}^{\bar{2}} \right) - M \left( \lambda^- \lambda^+ + \bar{\lambda}^- \bar{\lambda}^+ \right) \quad ,
\end{aligned} \tag{311}$$

tomandos o (v.e.v.) dos Higgs teremos

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^\pm}^{massa} = ig \left[ v_1 \psi_{H_1}^2 \lambda^+ + v_2 \lambda^- \psi_{H_2}^1 \right] + \mu \psi_{H_1}^2 \psi_{H_2}^1 - M \lambda^- \lambda^+ + h.c. . \quad (312)$$

Introduzindo a seguinte notação

$$\psi^+ = \begin{pmatrix} -i\lambda^+ \\ \psi_{H_2}^1 \end{pmatrix} , \quad \psi^- = \begin{pmatrix} -i\lambda^- \\ \psi_{H_1}^2 \end{pmatrix} ,$$

e

$$\Psi^\pm = \begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} ,$$

Eq.(312) adquire a seguinte forma

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^\pm}^{massa} = \frac{1}{2} \left( \Psi^\pm \right)^T Y^\pm \Psi^\pm + h.c. .$$

Onde

$$Y^\pm = \begin{pmatrix} 0 & X^T \\ X & 0 \end{pmatrix} , \quad (313)$$

com

$$X = \begin{pmatrix} M & -\sqrt{2}M_W \sin \beta \\ -\sqrt{2}M_W \cos \beta & \mu \end{pmatrix} . \quad (314)$$

Agora, os auto-estados da massa pode ser definida por  $(i, j = 1, 2)$

$$\chi_i^+ = V_{ij} \psi_j^+ , \quad (315)$$

$$\chi_i^- = U_{ij} \psi_j^- , \quad i = 1, 2 \quad (316)$$

onde U e V são matrizes unitárias, escolhida de maneira tal que

$$UXV^{-1} = \mathcal{M}_C . \quad (317)$$

Onde  $M_D^\pm$  é a matriz de massa do chargino. Desenvolvendo a equação de autovalores, que é  $\det[Y^\pm - \lambda I] = 0$ , acharemos

$$(M_W \sin 2\theta_W + M\mu)^2 - (2M_W^2 + M^2 + \mu^2)\lambda^2 + \lambda^4 = 0, \quad (318)$$

resolvendo a equação acima para  $\lambda^2$ , encontraremos os seguintes autovalores

$$M_{\tilde{\chi}}^2 = \frac{1}{2}[(M^2 + \mu^2 + 2M_W^2) \pm \sqrt{(M^2 + \mu^2 + 2M_W^2)^2 - 4(M\mu + M_W \sin 2\beta)^2}] . \quad (319)$$

Devo mencionar que até aqui,  $U$  e  $V$  não são únicas. Isto reflete o fato que certas fases arbitrárias podem ser absorvidas na definição dos campos físicos. Os elementos  $U_{ij}$  e  $V_{ij}$  das matrizes de diagonalização podem ser expressas em termos dos parâmetros  $M$ ,  $\mu$ , e  $\tan \beta$ :

$$U_{12} = U_{21} = \frac{\theta_1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{M^2 - \mu^2 - 2m_W \cos 2\beta}{W}} \quad (320)$$

$$U_{22} = -U_{11} = \frac{\theta_2}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{M^2 - \mu^2 - 2m_W \cos 2\beta}{W}} \quad (321)$$

$$V_{21} = -V_{12} = \frac{\theta_3}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{M^2 - \mu^2 + 2m_W \cos 2\beta}{W}} \quad (322)$$

$$V_{22} = V_{11} = \frac{\theta_4}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{M^2 - \mu^2 + 2m_W \cos 2\beta}{W}} \quad (323)$$

com

$$W = \sqrt{(M^2 + \mu^2 + 2m_W^2)^2 - 4(M\mu - m_W^2 \sin 2\beta)^2} \quad (324)$$

e os fatores de sinais  $\theta_i$ ,  $i = 1 \dots 4$ , são

$$\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\} = \begin{cases} \{1, \varepsilon_B, \varepsilon_A, 1\} & \dots \quad \tan \beta > 1 \\ \{\varepsilon_B, 1, 1, \varepsilon_A\} & \dots \quad \tan \beta < 1 \end{cases} \quad (325)$$

onde

$$\varepsilon_A = \text{sign}(M \sin \beta + \mu \cos \beta), \quad \varepsilon_B = \text{sign}(M \cos \beta + \mu \sin \beta). \quad (326)$$



Vamos escolher  $U$  e  $V$  tal que  $M_D^\pm$  tenha apenas números positivos e por convenção, escolheremos  $\tilde{\chi}_1$  mais pesado que  $\tilde{\chi}_2$ , isto é  $M_{\tilde{\chi}_1}^2 > M_{\tilde{\chi}_2}^2$ . Por simplicidade estamos assumindo que  $M$  e  $\mu$  são reais. Resolvendo o problema dos autovalores para  $X^T X$ ,

$$\mathcal{M}_C^2 = \text{diag}(m_{\tilde{\chi}_1}^2, m_{\tilde{\chi}_2}^2) = V X^T X V^{-1} \quad (327)$$

with

$$V = \begin{pmatrix} \cos \phi_1 & \sin \phi_1 \\ -\sin \phi_1 & \cos \phi_1 \end{pmatrix} \quad (328)$$

e a matriz  $U$  é escrita da seguinte maneira

$$U = \frac{1}{\mathcal{M}_C} V X^T = \begin{pmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 \end{pmatrix}. \quad (329)$$

Assim as massas do chargino são reais e positivas, é possível mostrar que as massas são

$$\begin{aligned} M_{\tilde{\chi}_1}^2 &= A + \sqrt{B} \ , \\ M_{\tilde{\chi}_2}^2 &= A - \sqrt{B} \ , \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} (M^2 + \mu^2) + M_W^2 \ , \\ B &= \frac{1}{4} (M^2 - \mu^2)^2 + M_W^4 \cos^2(2\beta) + M_W^2 (M^2 + \mu^2 + 2\mu M \sin(2\beta)) \ . \end{aligned}$$

Além disso os espinores de duas componentes das Eqs.(315) e (316) pode ser expressas em termos de espinores de Dirac de quatro componentes da seguinte maneira:

$$\tilde{\chi}_i = \begin{pmatrix} \chi_i^+ \\ \bar{\chi}_i^- \end{pmatrix} \ , \quad i = 1, 2 \ , \quad (330)$$

e o conjugado de carga é

$$\tilde{\chi}_i^c = \begin{pmatrix} \chi_i^- \\ \bar{\chi}_i^+ \end{pmatrix} \ , \quad i = 1, 2 \ , \quad (331)$$

Neutralinos  $\tilde{\chi}_i^0, (i = 1, \dots, 4)$ , surgem devido a mistura dos gauginos neutros  $\lambda_A^3$  e  $\lambda_B$  e dos higgsinos neutros  $\tilde{H}_1^0$  e  $\tilde{H}_2^0$ . Os neutralinos são descritos por espinores de Majorana; contudo, se 2 neutralinos são degenerados em massa, eles podem se combinar em um espinor de Dirac.

O termo de massa do gaugino neutro, ver Eq.(115), é

$$\mathcal{L}_V^{neutro} = -\frac{M}{2}(\lambda_A^3 \lambda_A^3 + \bar{\lambda}_A^3 \bar{\lambda}_A^3) - \frac{M'}{2}(\lambda_B \lambda_B + \bar{\lambda}_B \bar{\lambda}_B) , \quad (332)$$

o termo de massa do higgsino neutro, ver Eq.(177), tem a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H^{neutro} &= -\frac{\mu}{2} \tilde{H}_1^n \tilde{H}_2^n - \frac{\mu}{2} \tilde{H}_2^n \tilde{H}_1^n \\ &= \mu(\psi_{H1}^1 \psi_{H2}^2 + \bar{\psi}_{H1}^1 \bar{\psi}_{H2}^2) . \end{aligned} \quad (333)$$

Já os termos de mistura que contribuem para a massa do neutralino são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{massa}^{mistura} &= \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\tilde{Z} L \tilde{H}_1^n H_1^0 + \bar{H}_1^0 \tilde{H}_1^n R \tilde{Z}) - \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\tilde{H}_2^n L \tilde{Z} H_2^0 + \bar{H}_2^0 \tilde{Z} R \tilde{H}_2^n) \\ &= \frac{ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\bar{H}_1^0 \psi_{H1}^1 \lambda_Z - \bar{\lambda}_Z \bar{\psi}_{H1}^1 H_1^0) - \frac{ig}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\bar{H}_2^0 \lambda_Z \psi_{H2}^2 - \bar{\psi}_{H2}^2 \bar{\lambda}_Z H_2^0) , \end{aligned} \quad (334)$$

usando as Eqs.(148) podemos escrever

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{massa}^{mistura} &= \frac{ig}{\sqrt{2}} (\bar{H}_1^0 \psi_{H1}^1 \lambda_A^3 - \bar{\lambda}_A^3 \bar{\psi}_{H2}^2 H_2^0) - \frac{ig \sin \theta_W}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\bar{H}_1^0 \psi_{H1}^1 \lambda_B - \bar{\lambda}_B \bar{\psi}_{H1}^1 H_1^0) \\ &\quad - \frac{ig}{\sqrt{2}} (\bar{H}_2^0 \lambda_A^3 \psi_{H2}^2 - \bar{\psi}_{H2}^2 \bar{\lambda}_A^3 H_2^0) - \frac{ig \sin \theta_W}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\bar{H}_2^0 \lambda_B \psi_{H2}^2 - \bar{\psi}_{H2}^2 \bar{\lambda}_B H_2^0) . \end{aligned} \quad (335)$$

Juntando todas estas peças teremos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{\chi}^0}^{massa} &= \frac{ig}{\sqrt{2}} (\bar{H}_1^0 \psi_{H1}^1 \lambda_A^3 - \bar{H}_2^0 \psi_{H2}^2 \lambda_A^3 - \bar{\lambda}_A^3 \bar{\psi}_{H1}^1 H_1^0 + \bar{\lambda}_A^3 \bar{\psi}_{H2}^2 H_2^0) \\ &\quad + \frac{ig \sin \theta_W}{\sqrt{2} \cos \theta_W} (\bar{H}_1^0 \psi_{H1}^1 \lambda_B - \bar{H}_2^0 \psi_{H2}^2 \lambda_B - \bar{\lambda}_B \bar{\psi}_{H1}^1 H_1^0 + \bar{\lambda}_B \bar{\psi}_{H2}^2 H_2^0) \\ &\quad + \mu(\psi_{H1}^1 \psi_{H2}^2 + \bar{\psi}_{H1}^1 \bar{\psi}_{H2}^2) - \frac{M}{2}(\lambda_A^3 \lambda_A^3 + \bar{\lambda}_A^3 \bar{\lambda}_A^3) - \frac{M'}{2}(\lambda_B \lambda_B + \bar{\lambda}_B \bar{\lambda}_B) , \end{aligned} \quad (336)$$

após a quebra da simetria de gauge

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{\chi}^0}^{massa} = & \frac{ig}{\sqrt{2}} \left\{ v_1 \lambda_A^3 \psi_{H1}^1 - v_2 \lambda_A^3 \psi_{H2}^2 \right\} + \frac{ig \sin \theta_W}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \left\{ v_1 \lambda_B \psi_{H1}^1 - v_2 \lambda_B \psi_{H2}^2 \right\} + \mu \psi_{H1}^1 \psi_{H2}^2 \\ & - \frac{1}{2} M \lambda_A^3 \lambda_A^3 - \frac{1}{2} M' \lambda_B \lambda_B + h.c. \quad . \end{aligned} \quad (337)$$

Na base

$$\psi^0 = \begin{pmatrix} i\lambda_A^3 & i\lambda_B & \psi_{H1}^1 & \psi_{H2}^2 \end{pmatrix}^T, \quad (338)$$

Eq.(337) pode ser escrita da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^0}^{mass} = \frac{1}{2} \left( \psi^0 \right)^T Y^0 \psi^0 + h.c. \quad , \quad (339)$$

onde  $Y^0$  é dada por

$$Y^0 = \begin{pmatrix} M & 0 & M_Z \sin \beta \cos \theta_W & -M_Z \cos \beta \cos \theta_W \\ 0 & M' & M_Z \sin \beta \sin \theta_W & M_Z \cos \beta \sin \theta_W \\ M_Z \sin \beta \cos \theta_W & M_Z \sin \beta \cos \theta_W & 0 & \mu \\ -M_Z \cos \beta \cos \theta_W & -M_Z \cos \beta \sin \theta_W & \mu & 0 \end{pmatrix}. \quad (340)$$

Repare que  $Y^0$  é simétrica, a mesma coisa ocorre com a natureza dos neutralinos. Como consequência, apenas uma matriz unitária  $N$  é necessária para diagonalizar  $Y^0$ :

$$N^* Y^0 N^\dagger = M_D^0. \quad (341)$$

Onde  $M_D^0$  é a matriz de massa diagonal do neutralino, e os auto-valores são arranjados tal que  $|m_{\tilde{\chi}_1}| < |m_{\tilde{\chi}_2}| < |m_{\tilde{\chi}_3}| < |m_{\tilde{\chi}_4}|$ .

Como na seção anterior definiremos dois auto-estados de duas componentes da seguinte maneira

$$\chi_i^0 = N_{ij} \psi_j^0, \quad i, j = 1, \dots, 4, \quad (342)$$

A matriz  $N_{ij}$ , que é da seguinte forma

$$N_{ij} = \begin{pmatrix} \eta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_4 \end{pmatrix} . \quad (343)$$

Esta matriz é introduzida para garantir a mudança de fase das partículas cujos valores se tornam negativos pela diagonalização Eq.(341), e seus valores são

$$\eta_i = \begin{cases} 1 & m_{\tilde{\eta}_i} > 0 , \\ i & m_{\tilde{\eta}_i} < 0 , \end{cases} \quad (344)$$

e  $m_{\tilde{\chi}_i} = \eta_i^2 m_{\tilde{\eta}_i}$ .

Neste caso podemos arrumar eles em um espinor de Majorana de quatro componentes definidos por

$$\tilde{\chi}_i^0 = \begin{pmatrix} \chi_i^0 \\ \bar{\chi}_i^0 \end{pmatrix} , \quad i = 1, \dots, 4 . \quad (345)$$

## XXVI. REGRAS DE FEYNMAN

Uma vez já obtidas os auto-estados físicos e suas respectivas massas iremos agora derivar as regras de Feynman do **MSSM**.

### A. Regras Higgs-Férmion

Usando Eqs(175), (286) e (287) obteremos as seguintes regras

**$H_1^0(H_2^0, H_3^0)$ -Férmion-Férmion**

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eeH_i^0} = & f \bar{\Psi}(e) L \Psi(e) H_1^0 + f \bar{\Psi}(e) R \Psi(e) \bar{H}_1^0 = \frac{gm_e \cos \alpha}{\sqrt{2} M_W \cos \beta} \left( \bar{\Psi}(e) L \Psi(e) + \bar{\Psi}(e) R \Psi(e) \right) H_1^0 \\ & - \frac{gm_e \sin \alpha}{\sqrt{2} M_W \cos \beta} \left( \bar{\Psi}(e) L \Psi(e) + \bar{\Psi}(e) R \Psi(e) \right) H_2^0 \\ & + \frac{gm_e \sin \beta}{\sqrt{2} M_W \cos \beta} \left( \bar{\Psi}(e) L \Psi(e) - \bar{\Psi}(e) R \Psi(e) \right) H_3^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{gm_e \cos \alpha}{\sqrt{2}M_W \cos \beta} \bar{\Psi}(e)\Psi(e)H_1^0 - \frac{gm_e \sin \alpha}{\sqrt{2}M_W \cos \beta} \bar{\Psi}(e)\Psi(e)H_2^0 \\
&- \frac{igm_e}{\sqrt{2}M_W} \tan \beta \bar{\Psi}(e)\gamma_5 \Psi(e)H_3^0 .
\end{aligned} \tag{346}$$

### **$H^\pm$ -Férmion-Férmion**

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{eeHC} &= f\bar{\Psi}(e)L\Psi(\nu)H_1^- + f\bar{\Psi}(\nu)R\Psi(e)\bar{H}_1^- \\
&= \frac{gm_e \sin \beta}{\sqrt{2}M_W \cos \beta} (\bar{\Psi}(\nu)R\Psi(e)H^+ + \bar{\Psi}(e)L\Psi(\nu)H^-) \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}M_W} m_e \tan \beta (\bar{\Psi}(\nu)R\Psi(e)H^+ + h.c.) .
\end{aligned} \tag{347}$$

### **Goldstone-Férmion-Férmion**

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{eeG} &= f\bar{\Psi}(e)L\Psi(e)H_1^0 + f\bar{\Psi}(e)R\Psi(e)\bar{H}_1^0 \\
&+ f\bar{\Psi}(e)L\Psi(\nu)H_1^- + f\bar{\Psi}(\nu)R\Psi(e)\bar{H}_1^- \\
&= \frac{igm_e}{\sqrt{2}M_W} (\bar{\Psi}(e)L\Psi(e) - \bar{\Psi}(e)R\Psi(e))G^0 \\
&+ \frac{gm_e}{\sqrt{2}M_W} (\bar{\Psi}(\nu)R\Psi(e)G^+ + \bar{\Psi}(e)L\Psi(\nu)G^-) \\
&= \frac{-igm_e}{\sqrt{2}M_W} (\bar{\Psi}(e)\Psi(e)G^0 + \frac{gm_e}{\sqrt{2}M_W} (\bar{\Psi}(\nu)R\Psi(e)G^+ + h.c.) .
\end{aligned} \tag{348}$$

## **ACKNOWLEDGMENTS**

Este estudo foi financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). Agradeço também ao Professor N. Berkovits por ter me ensinado o formalismo de supercampos e aos Professores V. Pleitez e J. C. Montero por todo o incentivo a realizar este estudo bem como por todos os preciosos ensinamentos, e aos Professores M. Capdequi-Peyranère, M. Manna e G. Moulataka e a Profa. Maria C. Tijero. Agradeço também a todos os meus colegas, principalmente a Carlos Tello Echevarria, Ricardo Martin Bentin Zacarias, José Nemecio Acosta Jara, Juan Segundo Valverde Salvador, Teófilo Vargas Auccalla, O. P. Ravinez e C. A. de S. Pires pelo companherismo.

- [1] J. C. Montero, V. Pleitez and M. C. Rodriguez, para ser publicado na *Phy. Rev. D*; hep-ph/0012178.
- [2] M. C. Rodriguez, Tese de Doutorado IFT-T.002/01, *Física de Colisões Elétron-Elétron ( $e^-e^-$ )*.
- [3] M. Capdequi-Peyranere and M.C. Rodriguez, para ser publicado na *Phys. Rev. D*; hep-ph/0103013.
- [4] S. Coleman e J. Mandula, *Phys. Rev.* **159**, 1251 (1967).
- [5] R. Haag, J. Lopuszański, e M. Sohnius, *Nucl. Phys. B* **88**, 257 (1975).
- [6] Yu. Gol'fand e E. Lichtman, *JETP Letters* **13** (1971) 323.
- [7] D. Volkov e V. Akulov, *JETP Letters* **16** (1972) 438. *Phys. Lett.* **46B** (1973) 109.
- [8] V. Akulov e D. Volkov, *Theor. Math. Phys.* **18** (1974) 28.
- [9] J. Wess e B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B70** (1974) 39.
- [10] V. I. Ogievetskii e L. Mezincescu, *Sov. Phys. Usp* **18** (1976) 960.
- [11] **Supersymmetry and Supergravity**, J. Wess e J. Bagger (2nd edition, Princeton University Press, Princeton NJ, 1992.)
- [12] **Supersymmetry, Superfield and Supergravity: An Introduction**, P. P. Srivastava (1st edition, Adam Hilger, Bristol and Boston, Sussex UK)
- [13] F. A. Berezin, *Metod vtorichnogo kvantovaniya* **The Method of Second Quantization**, Moskva Nauka, 1965 (**English Translation published by Academic Press NY 1966**).
- [14] L. O'Raiheartaigh, *Nucl. Phys.* **B96** (1975) 331.
- [15] P. Fayet e J. Iliopoulos, *Phys. Lett.* **51B** (1974) 461.
- [16] L. Girardello e M. T. Grisaru, *Nucl. Phys. B* **194**, 65 (1988).
- [17] D.,Z. Freedman, P.van Nieuwenhuizen e S. Ferrara, *Phys. Rev.* **14** (1976) 912; S. Deser e

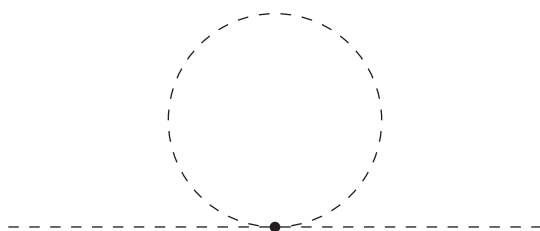
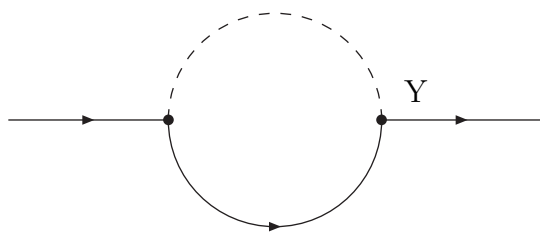
- B. Zumino, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 1433.
- [18] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt e P. Nath, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 970;  
L. J. Hall, J. Lykken e S. Weinberg, Phys. Rev. 27 (1983) 2359.
- [19] H. P. Nilles, *Phys. Rep.* **110** (1984) 1.
- [20] P. Nath, R. Arnowitt e H. Chamseddine, *Applied N=1 Supergravity*, World Scientific, Singapore, 1984;  
W. de Boer, *Prog. in Part. Nucl. Phys.* **33** (1994) 201.
- [21] M. Dine e A. Nelson, Phys. Rev. 48 (1993) 1277, Phys. Rev. 51 (1995) 1362;  
M. Dine, A. Nelson, Y. Nir e Y. Shirman, Phys. Rev. 53 (1996) 2658.
- [22] H. A. Baer et al, hep-ph/9503479; M. Drees e S. P. Martin, hep-ph/9504324; em: Report of the Working Group on Electroweak Symmetry Breaking and New Physics of the 1995 DPF study of the future of particle physics in the USA, World Scientific, Singapore.
- [23] J. Amundson et al, hep-ph/9609374, em: Proceedings of the 1996 DPF/DPB Summer Study on High-Energy Physics, Snowmass, Colorado, 1996, Eds. D.G. Cassel, L. Trindle Gennari, R.H. Siemann, p. 655;  
A. Bartl et al, *ibid.*, p. 693.
- [24] G. F. Giudice e R. Rattazzi, hep-ph/9801271, a ser publicado em *Perspectives on Supersymmetry*, ed. G. L. Kane, World Scientific.
- [25] P. Fayet, *Nucl. Phys. B* **90**, 104 (1975).
- [26] P. Fayet e S. Ferrara, *Phys Rep* **32C**(1977)
- [27] K. Inoue, A. Komatsu e S. Takeshita, Prog. Theor. Phys. **68** (1982) 927.
- [28] K. Inoue, A. Komatsu e S. Takeshita, Prog. Theor. Phys. **70** (1983) 330.
- [29] L. Alvarez-Gaumé, M. Claudson e M.B. Wise, Nucl. Phys. **B207** (1982) 96.

- [30] L.E.Ibáñez e G.G. Ross, Phys. Lett. **B110** (1982) 215.
- [31] L.E.Ibáñez, Nucl. Phys. **B218** (1983) 514.
- [32] L. Alvarez-Gaumé, J. Polchinski e M.B. Wise, Nucl. Phys. **B221** (1983) 495.
- [33] L.E.Ibáñez e C. Lopez, Phys. Lett. **B126** (1983) 54.
- [34] J. Ellis, D.V. Nanopoulos e K. Tamvaksi, Phys. Lett. **B121** (1983) 123.
- [35] J. Ellis, J.S. Hagelin, D.V. Nanopoulos e K. Tamvaksi, Phys. Lett. **B125** (1983) 275.
- [36] K. Inoue, A. Komatsu e S. Takeshita, Prog. Theor. Phys. **71** (1984) 413.
- [37] L.E.Ibáñez e C. Lopez, Nucl. Phys. **B233** (1984) 511.
- [38] J. Ellis, A.B. Lahanas, D.V. Nanopoulos e K. Tamvaksi, Phys. Lett. **B134** (1984) 429.
- [39] C. Kounnas, A.B. Lahanas, D.V. Nanopoulos e M Quirós, Nucl. Phys. **B236** (1984) 438.
- [40] U. Ellwanger, Nucl. Phys. **238** (1984) 665.
- [41] J. Ellis, C. Kounnas e D.V. Nanopoulos, Nucl. Phys. **B241** (1984) 406; Nucl. Phys. **B247** (1984) 373.
- [42] L.E.Ibáñez, C. Lopez e C. Muñoz, Nucl. Phys. **B256** (1985) 218.
- [43] A. Bouquet, J. Kaplan e C.A. Savoy, Nucl. Phys. **B262** (1985) 299.
- [44] G.F. Giudice e G. Ridolfi, Z. Phys. **C41** (1988) 447.
- [45] S.P. Li e H. Navelet, Nucl. Phys. **B319** (1989) 239.
- [46] J.P. Derendinger e C.A. Savoy, Nucl. Phys. **B237** (1984) 307;  
J.P. Derendinger, L.E. Ibáñez e H.P. Nilles, Nucl. Phys. **B267** (1986) 365;  
P. Binetruy, S. Dawson, I. Hinchliffe e M. Sher, Nucl. Phys. **B273** (1986) 501;  
J. Ellis, K. Enquist, D.V. Nanopoulos e F. Zwirner, Nucl. Phys. **B276** (1986) 14;  
L.E. Ibáñez e J. Mas, Nucl. Phys. **B286** (1987) 107;



- G. Costa, F. Feruglio, F. Gabbiani e F. Zwirner, Nucl. Phys. **B286** (1987) 325;
- J. Ellis J.S. Hagelin, S. Kelly e D.V. Nanopoulos, Nucl. Phys. **B311** (1989) 1;
- J. Ellis, J.F. Gunion, H.E. Haber, L. Roszkowski e F. Zwirner, Phys. Rev. **D39** (1989) 844.
- [47] H.E. Haber e G.L. Kane, *Phys. Rep.* **117** (1975) 75.
- [48] I. Simonsen, hep-ph/9506369.
- [49] A. Djouadi et al, hep-ph/9901246.
- [50] M. Kuroda, hep-ph/9902340.
- [51] S. Kraml, hep-ph/9903257.
- [52] D. Kazakov, 24 ITEP Winter School pag153.
- [53] C. Csáki, hep-ph/9606414.
- [54] J. Rosiek, Phys. Rev. **D41** (1990) 3464;
- [55] M. Drees, hep-ph/9611409.
- [56] H.E. Haber, G.L. Kane e T. Sterling, Nucl. Phys. **B161** (1979) 493.
- [57] P.F. Smith et al, *Nucl. Phys. B* **206**, 333 (1982).
- [58] S. Wolfram, *Phys. Lett.* **82B** (1979) 65;
- C. B. Dover, T. R. Gaisser e G. Steigman, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) *Phys. Rep.* **110** (1984) 1) 1117.
- [59] H. Georgi, *Hadronic Jour.* 1 (1978) 155;
- N.G. Deshpande e E. Ma, Phys. Rev. **D18** (1978) 2574;
- J.F. Donoghue e L.F. Li, Phys. Rev. **D19** (1979) 945;
- L.F. Abbott, P. Sikivie e M.B. Wise, Phys. Rev. **D21** (1980) 1393;
- B. McWilliams e L.F. Li, NP **B179** (1981) 62;
- L.J. Hall e M.B. Wise, Nucl. Phys. **B187** (1981) 379.

[60] The ALEPH Collab., D. Decamp et al. Phys. Rep **216** (1992) no. 5 & 6.



$\lambda$

